

## EJERCICIOS REPASO RAÍCES

1. Hallar los radicales irreducibles de los siguientes:

a)  $\sqrt[4]{3^2}$     b)  $\sqrt[8]{5^4}$     c)  $\sqrt[9]{27}$     d)  $\sqrt[12]{81}$     e)  $\sqrt[5]{1024}$     f)  $\sqrt[30]{a^6}$     g)  $\sqrt[18]{a^3b^6}$

2. Estudiar si los siguientes radicales son equivalentes:

a)  $\sqrt{9}$ ,  $\sqrt[3]{27}$ ,  $\sqrt[4]{81}$ ,  $\sqrt[5]{243}$     b)  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[4]{4}$ ,  $\sqrt[6]{8}$ ,  $\sqrt[8]{16}$

3. Reducir los siguientes radicales a índice común, y ordenarlos de menor a mayor:

a)  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt[3]{2^3}$ ,  $\sqrt[5]{7^2}$     b)  $\sqrt[3]{5}$ ,  $\sqrt[5]{7^3}$ ,  $\sqrt[15]{3^2}$     c)  $\sqrt[4]{3}$ ,  $\sqrt[6]{11^3}$ ,  $\sqrt[15]{3^2}$     d)  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{7^3}$ ,  $\sqrt[5]{3^2}$

4. Multiplicar los siguientes radicales y simplificar el resultado, extrayendo factores cuando sea posible:

a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$     b)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$     c)  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$     d)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{15}$     e)  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{4}$     f)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$   
 g)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{32}$     h)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$     i)  $\sqrt[12]{a} \cdot \sqrt[18]{a^5}$     j)  $\sqrt{ab^3} \cdot \sqrt[9]{a^2b}$

5. Introducir factores:

a)  $3\sqrt{2}$     b)  $2\sqrt{2}$     c)  $2\sqrt{3}$     d)  $2\sqrt[3]{5}$     e)  $2\sqrt[4]{7}$     f)  $3\sqrt[5]{2}$     g)  $ab^2\sqrt{a^2b}$

6. Extraer factores de los siguientes radicales:

|                |                   |                             |
|----------------|-------------------|-----------------------------|
| a) $\sqrt{8}$  | g) $\sqrt{128}$   | m) $\sqrt[3]{500}$          |
| b) $\sqrt{18}$ | h) $\sqrt{162}$   | n) $\sqrt[4]{80}$           |
| c) $\sqrt{32}$ | i) $\sqrt{200}$   | o) $\sqrt[5]{279936}$       |
| d) $\sqrt{60}$ | j) $\sqrt{180}$   | p) $\sqrt{a^7b^5}$          |
| e) $\sqrt{72}$ | k) $\sqrt[3]{81}$ | q) $\sqrt[3]{a^3b^2c^{13}}$ |
| f) $\sqrt{98}$ | l) $\sqrt[4]{48}$ |                             |

7. Simplificar, dando el resultado como un sólo radical irreducible:

a)  $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}} = (\text{Soluc: } \sqrt[8]{3^7})$     b)  $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} = (\text{Soluc: } \sqrt[4]{2^3})$     c)  $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{2}}} = (\text{Soluc: } 2\sqrt[8]{2})$

8. Efectuar:

|                                      |  |                                  |  |   |
|--------------------------------------|--|----------------------------------|--|---|
| a) $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt{2}} =$ | c) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}} =$ | e) $\sqrt[3]{\frac{125}{512}} =$ | g) $\sqrt[4]{32} \cdot \sqrt[6]{8} =$  | i) $\sqrt{\frac{25}{9} + 16} = (\text{Soluc: } \frac{13}{3})$                 |
| b) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{2}} =$  | d) $\sqrt{\frac{256}{729}} =$          | f) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} =$  | h) $\frac{\sqrt{8}\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{64}} = (\text{Soluc: } \sqrt[3]{4})$ | j) $\frac{18}{7} + \sqrt{\frac{324}{49} + \frac{36}{7}} = (\text{Soluc: } 6)$ |

9. Sumar los siguientes radicales reduciéndolos previamente a radicales semejantes:

|  |                          |  |  |
|--|--------------------------|--|--|
| a) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} =$                 | (Soluc: $2\sqrt{2}$ )    | k) $2\sqrt{80} - \sqrt{125} + 3\sqrt{45} - 11\sqrt{5} =$ | (Soluc: $\sqrt{5}$ )                       |
| b) $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80} =$               | (Soluc: $6\sqrt{5}$ )    | l) $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75} =$     | (Soluc: $-2\sqrt{3}$ )                     |
| c) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486} =$                          | (Soluc: $6\sqrt{6}$ )    | m) $\sqrt{\frac{3}{16}} - 4\sqrt{12} =$                  | (Soluc: $-\frac{31}{4}\sqrt{3}$ )          |
| d) $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} =$                                | (Soluc: $-\sqrt[3]{2}$ ) | n) $\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{18}{75}} =$         | (Soluc: $\frac{8}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}$ )  |
| e) $27\sqrt{3} - 5\sqrt{27} - 9\sqrt{12} =$                        | (Soluc: $-6\sqrt{3}$ )   | o) $\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{8}} =$          | (Soluc: $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ )            |
| f) $2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} =$             | (Soluc: $8\sqrt{2}$ )    | p) $\sqrt{\frac{5}{12}} - \sqrt{\frac{10}{6}} =$         | (Soluc: $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}$ ) |
| g) $3\sqrt{24} - \frac{1}{3}\sqrt{54} + \sqrt{150} =$              | (Soluc: $10\sqrt{6}$ )   |  |  |
| h) $\sqrt{243} - \sqrt{300} + \sqrt{27} - \sqrt{3} =$              |                          |  |  |
| i) $5\sqrt{2} + 4\sqrt{8} + 3\sqrt{18} + 2\sqrt{32} + \sqrt{50} =$ |                          |  |  |
| j) $2\sqrt{108} - \sqrt{75} - \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{3} =$  | (Soluc: $\sqrt{3}$ )     |  |  |

10. Efectuar y simplificar:

|                                |   |   |
|--------------------------------|---|---|
| a) $(2\sqrt{2})^2 =$           | f) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 =$                    | k) $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{8}) =$                   |
| b) $(3\sqrt{5})^2 =$           | g) $(3\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 =$                   | l) $(2 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{12}) =$                  |
| c) $(3\sqrt{7})^2 =$           | h) $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2 =$                  | m) $(2 + 3\sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) =$                  |
| d) $(1 + \sqrt{2})^2 =$        | i) $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) =$               | n) $(\sqrt{32} + 1)(\sqrt{2} - 1) =$                  |
| e) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 =$ | j) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) =$ | o) $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) =$ |

11. Racionalizar y simplificar:

|  |   |  |
|--|---|--|
| a) $\frac{1}{\sqrt{2}} =$                    | h) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}} =$                                      | n) $\frac{3(\sqrt{7} + 1)}{\sqrt{7} + 2} =$ (Soluc: $5 - \sqrt{7}$ )         |
| b) $\frac{2}{5\sqrt{3}} =$                   | i) $\frac{1}{4\sqrt{6} + 12} =$ (Soluc: $\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{6}}{12}$ ) | o) $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} =$ (Soluc: $2 + \sqrt{3}$ )            |
| c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$             | j) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}} =$  | p) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} =$ (Soluc: $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ ) |
| d) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2\sqrt{7}} =$        | k) $\frac{6}{\sqrt[3]{3^2}} =$  | q) $\frac{5 - 7\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} =$ (Soluc: $-13 + 6\sqrt{3}$ )        |
| e) $\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$         | l) $\frac{3}{2\sqrt[4]{8}} =$   | r) $\frac{7}{7 - \sqrt{7}} =$ (Soluc: $\frac{7 + \sqrt{7}}{6}$ )             |
| f) $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$ | m) $\frac{4(\sqrt{5} + 2)}{\sqrt{5} - 1} =$ (Soluc: $7 + 3\sqrt{5}$ )         |  |
| g) $\frac{8}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} =$         |   |  |

12. Calcular, racionalizando previamente:

$$a) \frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3-\sqrt{5}} = \quad (\text{Soluc: } \frac{3+4\sqrt{5}}{2 \cdot 5})$$

$$b) \frac{2\sqrt{3}-3}{2\sqrt{3}+3} + \frac{12}{\sqrt{3}} = \quad (\text{Soluc: } 7)$$

$$c) \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} - \frac{3}{2\sqrt{6}} = \quad (\text{Soluc: } 5 - \frac{9}{4}\sqrt{6})$$

$$d) \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \quad (\text{Soluc: } 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} - 3)$$

$$e) \frac{1}{1-\sqrt{2}} - \frac{3+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4} = \quad (\text{Soluc: } \frac{4+\sqrt{2}}{14})$$

$$f) \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} = \quad (\text{Soluc: } \frac{4\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$g) \frac{3+2\sqrt{2}}{6+6\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{8}} = \quad (\text{Soluc: } 1 + \frac{5}{4}\sqrt{2})$$

$$h) \frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} = \quad (\text{Soluc: } 3-2\sqrt{2})$$

$$i) \frac{\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{3\sqrt{3}}{4 \cdot 3}} = \quad (\text{Soluc: } \frac{48+25\sqrt{3}}{39})$$

$$j) \frac{17-9\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-5} - \frac{9}{\sqrt{3}} = \quad (\text{Soluc: } 2)$$

13. Operar y simplificar, dejando el resultado racionalizado:

$$a) \sqrt{3} \sqrt[3]{3} \sqrt[4]{3} = \quad b) \sqrt{\sqrt{2} \sqrt[3]{2} \sqrt[4]{2}} = \quad (\text{Soluc: } \sqrt[12]{32/2})$$

14. Escribir en forma radical las siguientes potencias de exponente fraccionario, y racionalizar cuando proceda:

$$a) 2^{1/2}$$

$$c) 5^{3/5}$$

$$e) 7^{-1/2}$$

$$g) 5^{10/5}$$

$$b) 7^{2/3}$$

$$d) 12^{6/12}$$

$$f) 9^{-1/3}$$

$$h) 8^{-2/3}$$

15. Escribir como potencias de exponente racional, con la base más simple posible, los siguientes radicales:

$$a) \sqrt{3}$$

$$c) \sqrt[3]{13^5}$$

$$e) \sqrt{7^{-1}}$$

$$g) \sqrt[10]{7^5}$$

$$b) \sqrt[3]{5^2}$$

$$d) \sqrt[6]{5^{12}}$$

$$f) \sqrt[3]{9^{-2}}$$

$$h) \sqrt[3]{8^{-2}}$$

16. Calcular los valores de las siguientes potencias:

$$a) 81^{3/4}$$

$$b) 81^{0,75}$$

$$c) 81^{9/16}$$

$$d) (81^{2/5})^{15/8}$$

$$e) 27^{0,3333...}$$

17. Transformar en potencias de exponente fraccionario la siguiente expresión, operar y simplificar:

$$\sqrt{3 \sqrt[3]{3} \sqrt[4]{3}} =$$

18. Despejar x y simplificar:

$$x^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1 \quad (\text{Soluc: } x = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5})$$

19. Demostrar que son ciertas las siguientes igualdades:

$$a) 2\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$$

$$b) 2\sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$$