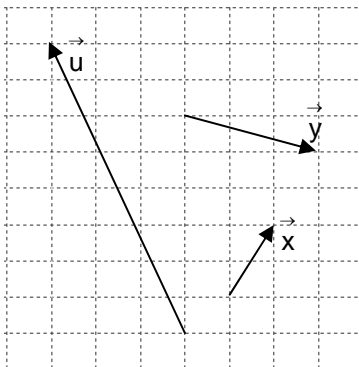


1.



a) ¿Los vectores \vec{x} e \vec{y} de la figura pueden ser base de V^2 ? Razonar la respuesta.

b) Expresar \vec{u} como combinación lineal de \vec{x} e \vec{y}

c) Comprobar gráficamente lo anterior. (2 puntos)

2. Considerar el triángulo de vértices $A(1,1)$, $B(2,2)$ y $C(3,-1)$ a) Dibujarlo. b) Hallar el ángulo \hat{A} c) Hallar las longitudes de los lados \overline{AB} y \overline{AC} d) Con todo lo anterior, calcular su área. (1,75 puntos)

3. En la figura, $s \parallel r$ y $t \perp r$. Hallar:

a) La ecuación general de las rectas s , t y u

b) La ecuación punto-pendiente de v
(2 puntos)

4. Dadas las rectas $r: 2x + ay + 30 = 0$

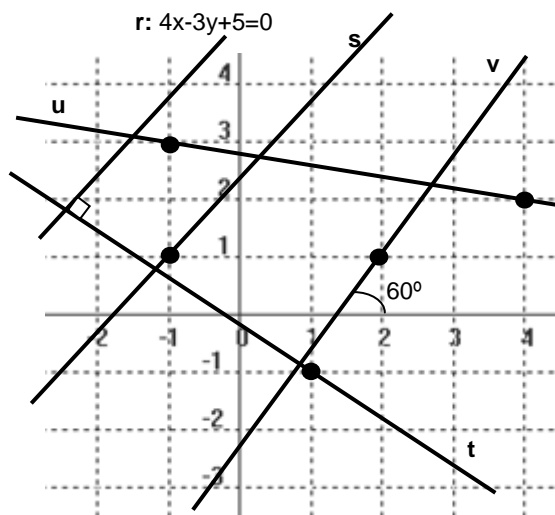
$$s: y - 2 = \frac{1}{3}(x - 1)$$

a) Hallar a para que $r \parallel s$

b) En el caso anterior, hallar su distancia.

c) Hallar a para que $r \perp s$

d) Hallar a para que formen 45° (2 puntos)



5. **CUESTIONES TEÓRICO-PRÁCTICAS:**

a) Dado el vector $\vec{u} = (3,4)$, hallar un vector \perp a él, otro con sentido opuesto y unitario, y un último \perp y de módulo 10. Representar la situación.

b) ¿Cuánto vale el producto escalar de dos vectores de origen común construidos sobre dos lados cualesquiera de un triángulo equilátero de lado 6? Hacer un dibujo.

c) Dados $\vec{a} = (-1,2)$, $\vec{b} = (2,-3)$ y $\vec{c} = (1,4)$, hallar $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ y $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{b})$

d) ¿Qué ángulo forma la recta $x+y+5=0$ con OX^+ ?

e) ¿A simple vista, **sin necesidad de transformarlas**, podemos deducir que $r: y=2x-3$, y

$s: y+3 = -\frac{1}{2}(x-1)$ son perpendiculares? Razonar la respuesta. (2 puntos)

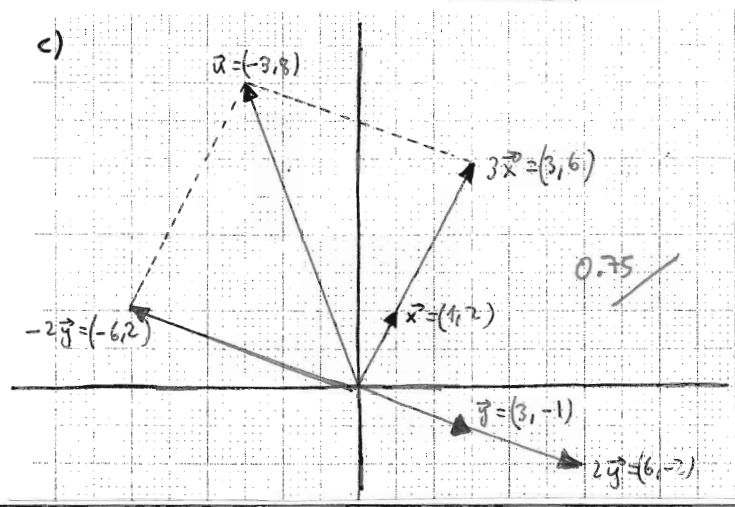
① a) son base de \mathbb{R}^2 p.p. son dos vectores no nulos y no paralelos

b) $\vec{x} = (1, 2)$
 $\vec{y} = (3, -1)$
 $\vec{u} = (-3, 8)$

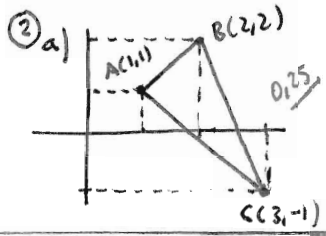
$\vec{u} = \lambda \vec{x} + \mu \vec{y} \Rightarrow (-3, 8) = \lambda(1, 2) + \mu(3, -1) \Rightarrow \begin{cases} -3 = \lambda + 3\mu \\ 8 = 2\lambda - \mu \end{cases} \xrightarrow{\text{(*)}} \begin{matrix} 6 = -2\lambda - 6\mu \\ 8 = 2\lambda - \mu \end{matrix}$

soluc: $\vec{u} = 3\vec{x} - 2\vec{y}$ 0,25/

$14 = -7\mu$
 $\mu = -2$ $\xrightarrow{\text{substituyes (*)}}$ $-3 = \lambda - 6$
 $\lambda = 3$
 0,5/

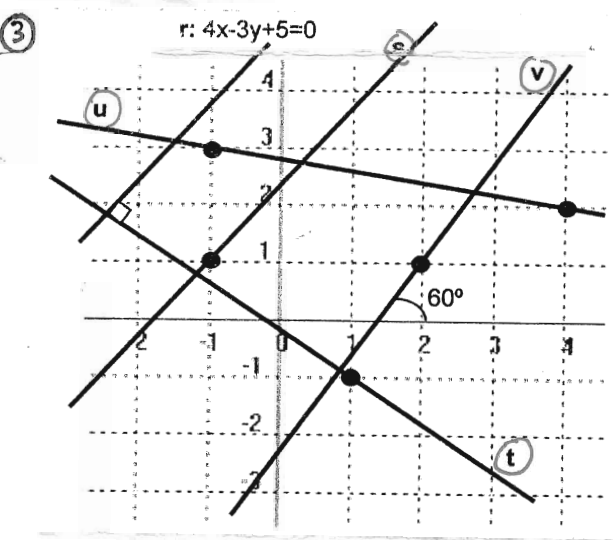


TOTAL: [2]



b) $\vec{AB} = B - A = (1, 1)$
 $\vec{AC} = C - A = (2, -2)$
 $\cos A = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\|} = \frac{(1,1) \cdot (2,-2)}{\sqrt{2} \sqrt{8}} = \frac{2-2}{\sqrt{2}\sqrt{8}} = 0 \Rightarrow A = 90^\circ$ 0,75/

c) $\|\vec{AB}\| = \sqrt{2}$; $\|\vec{AC}\| = \sqrt{8}$ d) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\| \cdot \sin A = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \frac{\sqrt{16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 0,5/



is? a) $s \parallel r \Rightarrow \vec{u}_s = \vec{v}_r = (3, 4)$
 $P(-1, 1) \left\{ \begin{matrix} \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{4} \\ 4x+4 = 3y-3 \end{matrix} \right. \Rightarrow s: 4x-3y+7=0$ 0,5/

is? b) $A(-1, 3)$
 $B(4, 2)$
 $\vec{u}_a = \vec{AB} = B - A = (5, -1)$
 $A(-1, 3) \left\{ \begin{matrix} \frac{x+1}{5} = \frac{y-3}{-1} \\ -x-1 = 5y-15 \end{matrix} \right. \Rightarrow u: 0 = x+5y-14$ 0,5/

is? c) $t \perp r \Rightarrow \vec{v}_r = (3, 4) \perp \vec{u}_t = (-4, 3)$
 $P(1, -1) \left\{ \begin{matrix} \frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{3} \\ 3x-3 = -4y-4 \end{matrix} \right. \Rightarrow t: 3x+4y+1=0$ 0,5/

is? d) $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$
 $P(2, 1) \left\{ \begin{matrix} y-1 = \sqrt{3}(x-2) \end{matrix} \right. \Rightarrow v$ 0,5/

TOTAL: [2]

④ $r: 2x + ay + 30 = 0 \Rightarrow \vec{v}_r = (-a, 2) \Rightarrow m_r = -\frac{2}{a}$
 $s: y - 2 = \frac{1}{3}(x - 1) \Rightarrow m_s = \frac{1}{3} \Rightarrow \vec{u}_s = (3, 1)$

$r \parallel s \Rightarrow m_r = m_s \Rightarrow -\frac{2}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = -6$ 0,25/

b) $r: 2x - 6y + 30 = 0 \Rightarrow x - 3y + 15 = 0$
 $P(1, 2) \in s$
 $d(r, s) = d(P, r) = \frac{|1 - 6 + 15|}{\sqrt{1+9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \frac{10\sqrt{10}}{10} = \sqrt{10} u$ 0,75/

c) $r \perp s \Rightarrow m_s = -\frac{1}{m_r} \Rightarrow \frac{1}{3} = -\frac{1}{-2/a} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{a}{2} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$ 0,25/

d) $\cos \alpha = \frac{|\vec{u}_r \cdot \vec{v}_s|}{\|\vec{u}_r\| \cdot \|\vec{v}_s\|} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{|(-a, 2) \cdot (3, 1)|}{\sqrt{a^2+4} \cdot \sqrt{9+1}}$; $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|-3a+2|}{\sqrt{a^2+4} \cdot \sqrt{10}} \Rightarrow \sqrt{2} \sqrt{10} \sqrt{a^2+4} = 2 \cdot |2-3a|$ 0,25/

$(\sqrt{2} \cdot \sqrt{10} \sqrt{a^2+4})^2 = [2(2-3a)]^2$; $2 \cdot 10 \cdot (a^2+4) = 4(4-12a+9a^2)$; $5(a^2+4) = 4-12a+9a^2$

$5a^2+20 = 4-12a+9a^2$; $0 = 4a^2-12a-16$; $a^2-3a-4=0 \rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=4 \end{cases}$ 0,25/

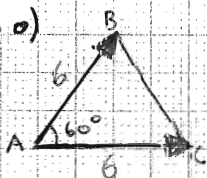
Nota: los dos son lógicamente solución, y corresponderían a sendas rectas r_1 y r_2 , a ambos lados de S , formando 45° .

TOTAL: 2

5) a) $\vec{u} = (3, 4) \xrightarrow{\perp} \vec{n} = (-4, 3)$ es \perp al dado (también vale $(4, -3)$ y su múltiplo...) 0,25/

$\|\vec{u}\| = \sqrt{9+16} = 5$; $-\vec{u} = (-3, -4)$ es opuesto $\rightarrow -\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} = \left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ es opuesto y unitario 0,25/

$\vec{n} = (-4, 3)$ es $\perp \vec{u}$, y tiene su mismo módulo, es decir, 5; por lo tanto para que tenga módulo 10 lo multiplicaremos por 2: $2\vec{n} = (-8, 6)$ es \perp y de módulo 10 0,25/



$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\| \cdot \cos 60^\circ = 6 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 18$ 0,25/

c) $\vec{a} = (-1, 2)$; $\vec{b} = (2, -3)$; $\vec{c} = (1, 4)$

$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = [(-1, 2) \cdot (2, -3)] \cdot (1, 4) = (-2-6) \cdot (1, 4) = -8 \cdot (1, 4) = (-8, -32)$ 0,25/

$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = [(-1, 2) - (2, -3)] \cdot [(1, 4) - (2, -3)] =$
 $= (-3, 5) \cdot (-1, 7) = 3+35 = 38$ 0,25/

d) $x + y + 5 = 0$; $\vec{u}_r = (-1, 1) \Rightarrow m_r = -1 = \text{tg } \alpha \Rightarrow \alpha = \arctg(-1) = 135^\circ$ 0,25/
 (Recordar que la pendiente es el ángulo que la recta forma con $ox+$)



e) $r: y = 2x - 3$; $s: y + 3 = -\frac{1}{2}(x - 1)$

$m_r = 2$; $m_s = -1/2$; son \perp p.p. $m_r = -1/m_s$ 0,25/

TOTAL: 2

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
 ORDEN PLANO, MANEJO, LIMPIEZA : 0,10
 CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10

TOTAL = 0,25

	PARCIAL 2ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS I	1º BACH. B CURSO 2007-2008	 <small>Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia</small>
---	--	---------------------------------------	--

1. Dado el triángulo de vértices $A(-2,2)$, $B(5,3)$ y $C(2,15)$, se pide: **a)** Dibujarlo **b)** Hallar, mediante vectores, el ángulo \hat{A} **c)** Hallar, mediante vectores, las longitudes de los lados \overline{AB} y \overline{AC} **d)** Con los datos anteriores, hallar su área. (1,75 puntos)

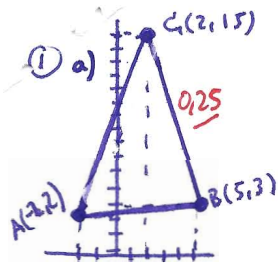
2. Dados $\vec{u} = (2,1)$ y $\vec{v} = (a,-3)$, se pide:
 - a)** Hallar a para que sean \parallel . Explicar gráficamente la solución obtenida.
 - b)** Hallar a para que sean \perp . Explicar gráficamente la solución obtenida.
 - c)** Hallar a para que formen 45° . Justificar gráficamente la solución obtenida. (2 puntos)

3. **a)** Hallar, en forma paramétrica, continua, general o implícita, punto-pendiente y explícita, la ecuación de la recta que tiene la misma dirección que la recta $2x+4y-5=0$ y pasa por el punto $(1,-3)$.
b) Dibujar la recta obtenida.
c) ¿Qué ángulo forman ambas rectas con OX^+ ? (2 puntos)

4. Dada $r: 2x+4y-5=0$ y $P(1,-3)$ **a)** Razonar que $P \notin r$
b) Hallar la ecuación general o implícita de la recta \perp a r que pasa por P
c) Hallar el pie de la perpendicular trazada de P a r (2 puntos)

5. **TEORÍA:**
 - a)** Dado el vector $\vec{u} = (3,-4)$, hallar dos vectores \perp a él y unitarios.
 - b)** Dado el vector anterior, hallar un vector \parallel de módulo 7
 - c)** Dados $\vec{a} = (-1,2)$, $\vec{b} = (2,-3)$ y $\vec{c} = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$, hallar $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ y $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$
 - d)** ¿Son ortonormales los vectores $\vec{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\vec{b} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$? ¿Y ortogonales?
 - e)** A simple vista, **sin necesidad de transformarlas**, ¿podemos concluir que

$$r: \left. \begin{array}{l} x = 2 + \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{array} \right\} \text{ y } s: y - 1 = 2(x - 2)$$
 son la misma recta? Razonar la respuesta. (2 puntos)



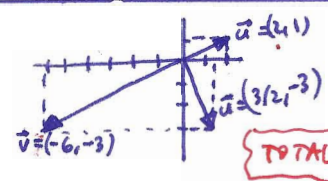
b) $\vec{AB} = B - A = (7, 1)$
 $\vec{AC} = C - A = (4, 13)$ } $\cos \hat{A} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{28 + 13}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{185}} = \frac{41}{\sqrt{9250}} \approx 0,4263 \Rightarrow \hat{A} = \arccos 0,4263 \approx 64^{\circ} 46' 2''$ 0.75/

c) $|\vec{AB}| = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} \text{ u}$ 0.25/
 $|\vec{AC}| = \sqrt{16+169} = \sqrt{185} \text{ u}$

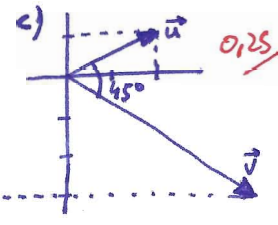
d) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \sin \hat{A} = 43,5 \text{ u}^2$ 0.5 TOTAL: 1,75

② $\vec{u} = (2, 1)$
 $\vec{v} = (a, -3)$

a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \propto \vec{v} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{-3} ; |-6 = a|$ 0.375/
b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow 2a - 3 = 0 ; a = 3/2$ 0.375/



TOTAL: 2



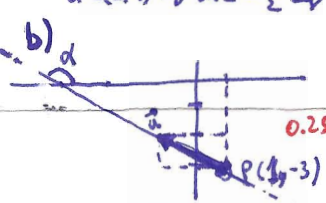
c) 0.25/ Gráficamente se ve que sólo puede haber 1 soluc.
 $\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Rightarrow \cos 45^{\circ} = \frac{2a-3}{\sqrt{5} \sqrt{a^2+9}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 2(2a-3) = \sqrt{10} \sqrt{a^2+9}$
 $4(2a-3)^2 = 10(a^2+9) ; 2(4a^2 - 12a + 9) = 5(a^2+9) ; 8a^2 - 24a + 18 = 5a^2 + 45$
 $3a^2 - 24a - 27 = 0 ; a^2 - 8a - 9 = 0 \Rightarrow a_1 = 9 \quad 0.75/$
 $\Rightarrow a_2 = -1$ desechado, debido al dibujo

③ a) Al tener la recta pedida la misma dirección que la dada, compartirán ambas el mismo vector director:

$2x + 4y - 5 = 0 \rightarrow \vec{u} = (-4, 2) \rightarrow \vec{u} = (-2, 1)$
 $P(1, -3)$ } $\begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = -3 + \lambda \end{cases}$ paramétricas 0.2/
 $\rightarrow \begin{cases} x-1 = -2\lambda \\ -2 = \lambda \end{cases}$ continua 0.2/
 $\rightarrow x-1 = -2(-2) = 4 \Rightarrow x = 5$
 $\rightarrow y = -2$
 $\rightarrow x + 2y + 5 = 0$ 0.2/
 implícita

$\vec{u} = (-2, 1) \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y + 3 = -\frac{1}{2}(x-1)$ 0.2/
 P.D. - P.D.TE.

$2y = -x - 5 ; y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$ 0.2/
 implícita



c) $m = \tan \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \arctan(-\frac{1}{2}) \approx 153^{\circ} 26' 6''$ 0.75/

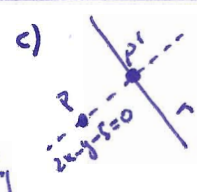
TOTAL: 2

④ a) $r: 2x + 4y - 5 = 0$
 $P(1, -3)$

$2 \cdot 1 - 12 - 5 \neq 0 \Rightarrow P \notin r$ 0.25/

b) $\vec{u}_r = (-4, 2) \rightarrow (-2, 1) \rightarrow \vec{u} = (4, 2)$
 $P(1, -3)$ } $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} ; 2x-2 = y+3$
 $2x - y - 5 = 0$ 0.875/

TOTAL: 2



el pto. P' pedida será la intersección de ambas rectas:
 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{II} - \text{I}} \begin{cases} 2x - y = 5 \\ -2x + y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases}$
 $5y = 0 ; y = 0$
 $2x = 5 ; x = 5/2$
 Soluc: $P'(5/2, 0)$ 0.875/

⑤ a) $\vec{u} = (3, -4) \rightarrow \vec{u} = (4, 3) ; |\vec{u}| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow$ soluc: $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ y $(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$ 0.4/

b) $\vec{u} = (3, -4) ; |\vec{u}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ es unitario \Rightarrow el ~~8~~ x-tuplo de él tendrán módulo 7 \Rightarrow
 \Rightarrow soluc: $(\frac{21}{5}, -\frac{28}{5})$ 0.4/

c) $\vec{a} = (-4, 2)$
 $\vec{b} = (2, -3)$
 $\vec{c} = (4, 2, 4)$ } $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = [(-10) \cdot (2, -3)] (4, 2, 4) = -8 \cdot (\frac{1}{2}, 1, 4) = (-4, -8, -32)$ 0.2/
 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = (1, -1) \cdot (-3, 5) = -8$ 0.2/

ORTOGONALIDAD Y SIGNOS 0.05
 ORDEN 0.05
 LIMPIEZA Y CALIGRAFIA 0.10
 CORRECCION LENGUAJE MATEMATICO 0.05

d) No son ortogonales p.p. $|\vec{b}| = \sqrt{\frac{3}{9} + \frac{3}{9}} \neq 1 ;$ son ortogonales i.e. \perp p.p. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}) \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}) = -\frac{\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6} = 0$ 0.4/

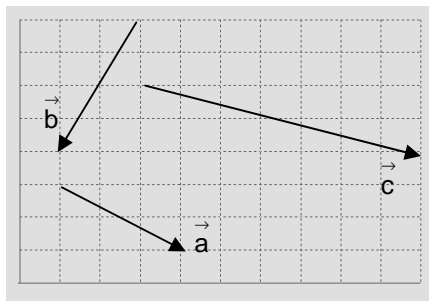
e) $r: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases} \rightarrow \vec{u}_r = (4, 2) \rightarrow m_r = 2$
 $P(2, 1)$
 $s: y - 1 = 2(x - 2) \rightarrow m_s = 2$
 $P(2, 1)$

ambas tienen la misma pendiente y pasan por un mismo punto \Rightarrow son la misma recta 0.4/

TOTAL: 2



1. Dados los vectores libres de la figura:



- a) Razonar que $\{ \vec{a}, \vec{b} \}$ constituye una base de \mathcal{V}^2
b) Obtener \vec{c} como combinación lineal de \vec{a} y \vec{b}
c) Comprobar gráficamente la combinación lineal anterior.

(1,75 puntos)

2. a) Hallar la ecuación de la recta r que pasa por $P(2,-3)$ y es \perp a la recta $s: y=2x-3$, en forma paramétrica, continua, implícita, explícita y punto-pendiente.
b) Dibujar r
c) Obtener, analíticamente, tres puntos cualesquiera de r
d) Razonar, analíticamente, si los puntos $A(1,-2)$ y $B(4,-4) \in r$

(2 puntos)

3. Dibujar el triángulo de vértices $A(3,1)$, $B(0,2)$ y $C(1,-2)$, y hallar:
a) La ecuación de la mediana correspondiente al lado AC
b) Las ecuaciones de las alturas correspondientes a los lados AC y BC
c) ¿Cómo se llama el punto donde se cortan las alturas? Obtenerlo.
d) La ecuación de la mediatriz correspondiente al lado AC

(2 puntos)

4. Dadas las rectas $r: 2x+y-4=0$ hallar α para que:
 $s: \alpha x-2y+5=0$
a) sean \parallel
b) sean \perp
c) formen 60°

(2 puntos)

5. **TEORÍA:**

- a) Dado el vector $\vec{u} = (3,-4)$, hallar razonadamente otro vector con la misma dirección pero de módulo 2. Hacer un dibujo explicativo.
b) Dados $\vec{a} = (-1,2)$, $\vec{b} = (2,-3)$ y $\vec{c} = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$, hallar $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
c) ¿Son ortonormales los vectores $\vec{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\vec{b} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$? ¿Y ortogonales?
d) ¿Qué indica el signo del producto escalar? Indicar ejemplos.
e) A simple vista, sin necesidad de transformarlas, ¿podemos concluir que

$$r: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s: y - 1 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

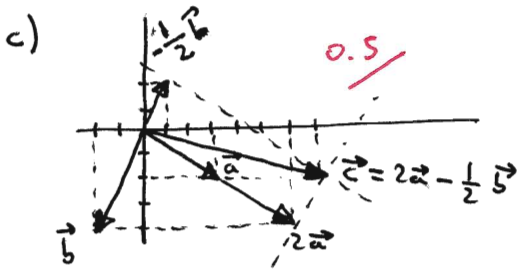
no son la misma recta? Razonar la respuesta.

(2 puntos)

$$\vec{a} = (3, -2) \quad \vec{b} = (-2, -4) \quad \vec{c} = (7, -2)$$

① a) son base p.q. son 2 vectores no proporcionales, es decir, a partir de ellos y mediante combinación lineal se puede generar cualquier vector de \mathbb{R}^2 0.5

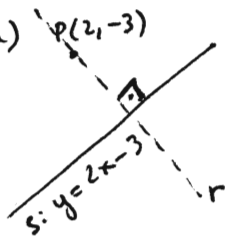
$$b) \vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} \Rightarrow (7, -2) = \alpha(3, -2) + \beta(-2, -4) \Rightarrow \begin{cases} 7 = 3\alpha - 2\beta & \times 2 \rightarrow -14 = 6\alpha + 4\beta \\ -2 = -2\alpha - 4\beta & (*) \end{cases} \quad \underline{-2 = -2\alpha - 4\beta}$$



$$\begin{aligned} -16 &= -8\alpha \\ -2 &= -4 - 4\beta & \xleftarrow{\text{substituye en (*)}} & \alpha = 2 \\ 4\beta &= -2 \\ \beta &= -1/2 \rightarrow \text{soluc: } \boxed{\vec{c} = 2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}} \end{aligned}$$

0.75

② a)



$$s: 2x - y - 3 = 0 \Rightarrow \vec{u}_s = (1, 2) \Rightarrow \vec{u}_r = (-2, 1)$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = -3 + \lambda \end{cases} \quad \text{paramétricas}$$

$$\frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{1} \Rightarrow \text{continua}$$

$$y+3 = -\frac{1}{2}(x-2) \Rightarrow \text{pto-pto}$$

$$2y+6 = -x+2 \Rightarrow \boxed{x+2y+4=0} \Rightarrow \text{genl o implícita}$$

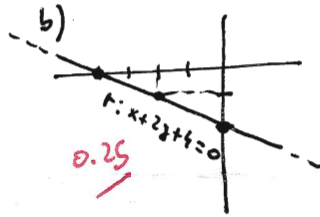
$$\Rightarrow 2y = -x - 4; \quad \boxed{y = -\frac{1}{2}x - 2} \quad \text{explícita}$$

1
(0.2 cada forma)

c)

$$\begin{aligned} \lambda = 1 &\rightarrow (0, -2) \\ \lambda = 2 &\rightarrow (-2, -1) \\ \lambda = 3 &\rightarrow (-4, 0) \end{aligned}$$

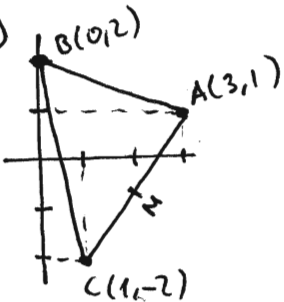
0.25



d) ¿A(1, -2) ∈ r? $1 - 4 + 4 \neq 0 \Rightarrow \boxed{A(1, -2) \notin r}$ 0.5
 sustituyendo en la e. genl.

¿B(4, -4) ∈ r? $4 - 8 + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{B(4, -4) \in r}$

③



a) $M = \frac{A+C}{2} = \frac{(4, -1)}{2} = (2, -\frac{1}{2})$

$$\vec{u}_r = \vec{MB} = B - M = (0, 2) - (2, -\frac{1}{2}) = (-2, \frac{5}{2}) \rightarrow (-4, 5)$$

$$\left. \begin{aligned} B(0, 2) &\Rightarrow \frac{x}{-4} = \frac{y-2}{5} \\ 5x &= -4y + 8 \\ \boxed{5x + 4y - 8 = 0} \end{aligned} \right\} \text{0.5}$$

b) altura AC: $\vec{AC} = C - A = (1, -2) - (3, 1) = (-2, -3) \rightarrow (2, 3) \Rightarrow \vec{n} = (-3, 2)$
 $\Rightarrow \frac{x}{-3} = \frac{y-2}{2} \Rightarrow 2x = -3y + 6; \quad \boxed{2x + 3y - 6 = 0}$
 B(0, 2)

altura BC: $\vec{BC} = C - B = (1, -2) - (0, 2) = (1, -4) \Rightarrow \vec{n} = (4, 1)$
 $\Rightarrow \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{1} \Rightarrow x-3 = 4y-4; \quad \boxed{x-4y+1=0}$ 0.5

c) se llaman ortocentros:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ (*) x - 4y = -1 \end{cases} \xrightarrow{\otimes 2} \begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ -2x + 8y = 2 \end{cases} \Rightarrow 11y = 8; \quad y = \frac{8}{11}$$

$$\begin{aligned} x - \frac{32}{11} &= -1 \\ x &= \frac{32}{11} - 1 = \frac{21}{11} \end{aligned} \Rightarrow \boxed{O\left(\frac{21}{11}, \frac{8}{11}\right)}$$

0.5

d) $M(2, -1/2)$
 $\vec{n} = (-3, 2)$

$$\frac{x-2}{-3} = \frac{y+1/2}{2} \Rightarrow 2x-4 = -3y-\frac{3}{2}$$

$$4x-8 = -6y-3$$

$$\boxed{4x+6y-5=0} \quad \text{0.5}$$

④ $r: 2x + y - 4 = 0 \rightarrow \vec{u}_r = (-1, 2)$ a) $r \parallel s \Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{-2}; \boxed{-4 = a}$ 0.5
 $s: ax - 2y + 5 = 0 \rightarrow \vec{u}_s = (2, a)$

b) $r \perp s \Rightarrow \vec{u}_r \cdot \vec{u}_s = 0 \Rightarrow -2 + 2a = 0; \boxed{a = 1}$ 0.5

c) $\cos 60^\circ = \frac{|\vec{u}_r \cdot \vec{u}_s|}{\|\vec{u}_r\| \cdot \|\vec{u}_s\|} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-2 + 2a}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + 4}}; [\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + 4}]^2 = [2 \cdot (2a - 2)]^2 \Rightarrow$

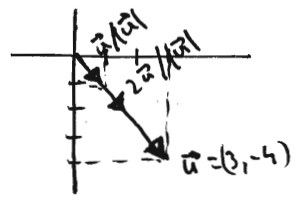
$5(a^2 + 4) = 4(4a^2 - 8a + 4); 5a^2 + 20 = 16a^2 - 32a + 16; 0 = 11a^2 - 32a - 4$

$a = \frac{32 \pm \sqrt{1024 + 176}}{22} = \frac{32 \pm \sqrt{1200}}{22} = \frac{32 \pm 20\sqrt{3}}{22} = \frac{16 \pm 10\sqrt{3}}{11}$

1 (gambamente es lo que hay que hacer 2 opciones: -R, -r)

⑤ a) $\vec{u} = (3, -4) \rightarrow \|\vec{u}\| = 5 \rightarrow \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ es unitario $\Rightarrow \left(\frac{6}{5}, -\frac{8}{5}\right)$ tiene módulo 2

b) $\vec{a} = (-1, 2)$
 $\vec{b} = (2, -3)$
 $\vec{c} = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$
 $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = (-2 - 6) \vec{c} = -8\vec{c} = -8\left(\frac{1}{2}, 4\right) = \boxed{(-4, -32)}$



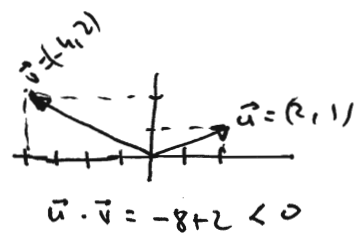
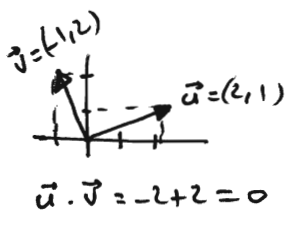
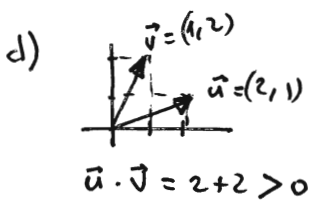
c) ortogonales = \perp y unitarios

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{-\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

0,4 cada apartado

$\|\vec{a}\| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1 \rightarrow$ unitario

$\|\vec{b}\| = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{9} + \frac{3}{9}} = \sqrt{\frac{6}{9}} \neq 1 \Rightarrow \vec{b}$ no es unitario \Rightarrow no son ortogonales, pero si son ortogonales, puesto que son \perp



$\vec{u} \cdot \vec{v} \begin{cases} > 0 \Rightarrow \hat{u} \hat{v} < 90^\circ \\ = 0 \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \\ < 0 \Rightarrow \hat{u} \hat{v} > 90^\circ \end{cases}$

e) no son la misma recta puesto que sus pendientes se ve que son distintas:

$\vec{u}_r = (1, 2) \rightarrow m_r = 2 \neq m_s = \frac{1}{2}$

ORTOGRAFIA Y SINTAXIS	0.05
ORDEN	0.05
LIMPIEZA	0.05
CALIGRAFIA	0.05
CORRECCION LENGUAJE MATEMATICO	0.05
TOTAL = 0,25	