I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	EXAMEN 2ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2008-2009**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Dado el vector $\vec{u}=(2,a)$, hallar **a** para que: **a)** $\vec{u}$ sea $\perp$ al vector $\vec{v}=(-1,2)$

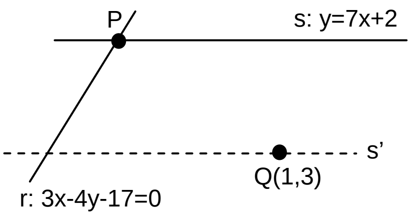
b) $\vec{u}$ sea // al vector $\vec{v}=(-1,2)$

c) Ambos vectores tengan el mismo módulo.

d) $\vec{u}$ forme 60º con el eje x

(En todos los apartados, interpretar gráficamente cada solución obtenida) *(2,25 puntos)*

2. Dadas las rectas de la figura (el dibujo es aproximado), se pide, <u>por este orden</u>:



a) Razonar que r y s son secantes.

b) Hallar su intersección P

c) Hallar la ecuación general de la recta s' paralela a s que pasa por Q(1,3)

d) Hallar el ángulo que forman r y s

e) Hallar la distancia entre s y s' *(2,5 puntos)*

3. Dados los puntos A(5,-2) y B(-1,4), se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta que determinan, en todas las formas conocidas.

b) Comprobar analíticamente que la recta anterior es correcta.

c) ¿Qué ángulo forma dicha recta con OX^+?

d) Hallar la ecuación general de la mediatriz del segmento $\overline{AB}$

e) Explicar gráficamente todo lo anterior. *(2,5 puntos)*

4. **a)** Operar en binómica: $\dfrac{(3-2i)(3+i)-(2i-3)^2}{i^{28}-2i^{-5}}$

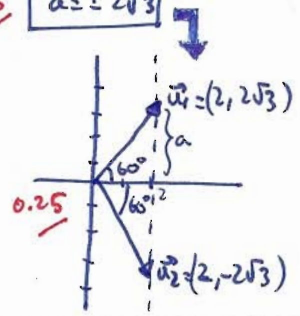
b) Operar en polar y <u>pasar el resultado a binómica</u>: $\dfrac{(-2\sqrt{3}-2i)^5}{(-4+4\sqrt{3}\,i)^3\;2i}$ *(2,5 puntos)*

<u>**NOTA:**</u> La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

① $\left.\begin{array}{l}\vec{u}=(2,a)\\ \vec{v}=(-1,2)\end{array}\right\}$ a) que forme $\vec{u}$ 60° con el eje X es equivalente a decir que forme 60° con $\vec{i}=(1,0)$:

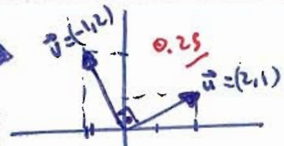
$\cos 60° = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{i}}{|\vec{u}|\cdot\underbrace{|\vec{i}|}_{1}} \Rightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{(2,a)\,(1,0)}{\sqrt{4+a^2}\cdot 1}$ 0.25 ; $\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{\sqrt{4+a^2}}$; $\sqrt{4+a^2}=4$; $4+a^2=16$; $a^2=12$

0.25 $\boxed{a=\pm 2\sqrt{3}}$

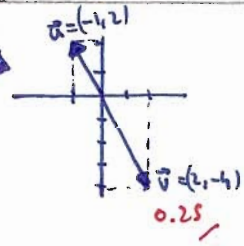


0.25

b) $\vec{u}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow (2,a)(-1,2)=-2+2a=0$; $\boxed{a=1}$ 0.25

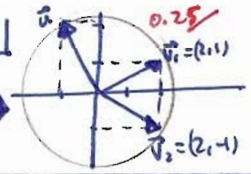


c) $\vec{u}\parallel\vec{v} \Rightarrow$ sus componentes son proporcionales : $\dfrac{2}{-1}=\dfrac{a}{2}$ ⇓ $4=-a$ $\boxed{a=-4}$ 0.25



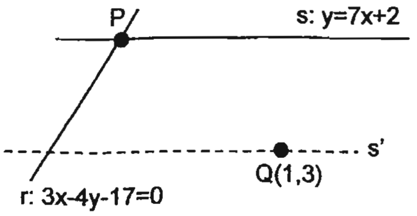
d) $|\vec{u}|=|\vec{v}| \Rightarrow \sqrt{4+a^2}=\sqrt{1+4}$; $\sqrt{4+a^2}=\sqrt{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4+a^2=5$; $a^2=1$; $\boxed{a=\pm 1}$ 0.25



TOTAL: $\boxed{2{,}25}$

②



a) $\left.\begin{array}{l} r:\ 3x-4y-17=0\\ s:\ 7x-y+2=0\end{array}\right\}$ ¿ $\dfrac{A}{A'}\neq\dfrac{B}{B'}$? $\dfrac{3}{7}\neq\dfrac{-4}{-1} \Rightarrow$ $\boxed{r \text{ y } s \text{ secantes}}$ 0,5

b) $\left.\begin{array}{l} 3x-4y=17\\ (*)\ 7x-y=-2\end{array}\right\} \xrightarrow{\textcircled{\cdot}\,-4} \left.\begin{array}{l} 3x-4y=17\\ -28x+4y=8\end{array}\right\}$

$-25x = 25$; $x=-1 \xrightarrow{(*)} -7-y=-2$

$y=-5 \rightarrow \boxed{P(-1,-5)}$ 0.5

c) $\left.\begin{array}{l} s': y=7x+K\\ Q(1,3)\in s'\end{array}\right\} \Rightarrow 3=7+K$; $K=-4 \Rightarrow s': y=7x-4$; s': $\boxed{7x-y-4=0}$ 0.5

d) $\left.\begin{array}{l}\vec{u}_r=(4,3)\\ \vec{v}_s=(1,7)\end{array}\right\}$ $\cos\alpha=\dfrac{\vec{u}_r\cdot\vec{v}_s}{\|\vec{u}_r\|\cdot\|\vec{v}_s\|}=\dfrac{(4,3)\cdot(1,7)}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{50}}=\dfrac{4+21}{5\cdot 5\sqrt{2}}=\dfrac{\cancel{25}}{\cancel{25}\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha=\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\boxed{45°}$ 0.5

e) $d(s,s')=d(Q,s)=\dfrac{|7-3+2|}{\sqrt{49+1}}=\dfrac{6}{\sqrt{50}}=\dfrac{6}{5\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{5\cdot 2}=\boxed{\dfrac{3\sqrt{2}}{5}\,u}$ 0.5

TOTAL: $\boxed{2{,}5}$

③ a) $\left.\begin{array}{l}A(5,-2)\\ B(-1,4)\end{array}\right\}$ $\vec{u}_r=\vec{AB}=B-A=(-6,6)\rightarrow\vec{u}_r=(-1,1)\rightarrow m=\dfrac{1}{-1}=-1$

$\boxed{\begin{array}{l}x=-1-\lambda\\ y=4+\lambda\end{array}}$ PARAMÉTRICAS $\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-4}{1}}$ CONTINUA $\Rightarrow$ $x+1=-y+4$; $\boxed{x+y-3=0}$ GRAL. o IMPLÍCITA

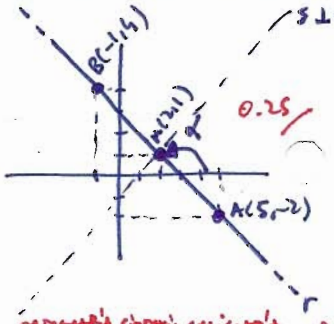
PTO-PDTE. $\boxed{y-4=-1(x+1)}$ 1 (0.2 cada forma)

$\boxed{y=-x+3}$ EXPLÍCITA

b) $m=\operatorname{tg}\alpha=-1 \Rightarrow \alpha=\operatorname{arc\,tg}(-1)=\boxed{135°}$ 0.25

TOTAL: $\boxed{2{,}5}$

d)



c) $M=\dfrac{A+B}{2}=\dfrac{(5,-2)+(-1,4)}{2}=\dfrac{(4,2)}{2}=(2,1)$

$\vec{u}_r=(-1,1)\xrightarrow{\perp}\vec{v}_s=(1,1)$ $\Bigg\}$ $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}$; $x-2=y-1$

$\boxed{x-y-1=0}$ MEDIATRIZ 1

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA — 0.05
ORDEN, LIMPIEZA — 0.10
LENGUAJE MATEMÁTICO — 0.10

④ a) $\dfrac{(3-2i)(3+i)-(2i-3)^2}{i^{28}-2\cdot i^{-5}}=\dfrac{9+3i-6i-2i^2-(4i^2-12i+9)}{1-2\cdot(-i)}$ 0.25 $=\dfrac{11-3i-(5-12i)}{1+2i}=\dfrac{6+9i}{1+2i}$ 0.25 $=\dfrac{(6+9i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{6-12i+9i-18i^2}{1-4i^2}$ 0.25

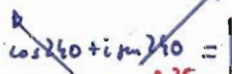
$28 \,\underline{|4}$, resto 0, cociente 7 $\Rightarrow i^{28}=i^0=1$

$i^{-5}=\dfrac{1}{i^5}=\dfrac{1}{i}=\dfrac{-i}{i(-i)}=-i$

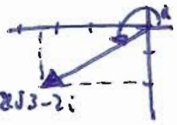
$=\dfrac{24-3i}{5}$ 0.25 $=\boxed{\dfrac{24}{5}-\dfrac{3}{5}i}$ 0.25

b) $\dfrac{(-2\sqrt{3}-2i)^5}{(-4+4\sqrt{3}i)^3\cdot 2i}=\dfrac{(4_{210°})^5}{(8_{120°})^3\cdot 2_{90°}}$ 0.25 $=\dfrac{(4^5)_{1050°}}{(8^3)_{360°}\cdot 2_{90°}}$ 0.25 $=\dfrac{(2^{10})_{330°}}{(2^9)_{0°}\cdot 2_{90°}}$ 0.25 $=\boxed{1_{240°}}=$

$\cos(180+60)=-\cos 60°=-\dfrac{1}{2}$ $\quad$ $\operatorname{sen}(180+60)=-\operatorname{sen}60°=-\sqrt{3}/2$

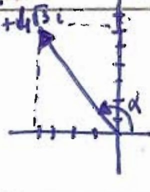


$\cos 240+i\operatorname{sen}240=$ 0.25 $\boxed{-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i}$ 0.25



$r=\sqrt{(-2\sqrt{3})^2+(-2)^2}=\sqrt{12+4}=4$

$\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{-2}{-2\sqrt{3}}=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{3}=210°$



$r=\sqrt{(-4)^2+(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{16+48}=8$

$\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{4\sqrt{3}}{-4}=\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})=-\operatorname{arctg}\sqrt{3}=-60°\sim 120°$

TOTAL: $\boxed{2{,}5}$

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	RECUPERACIÓN 2ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2008-2009**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Dados $\vec{u} = (2,1)$ y $\vec{v} = (a,-3)$, se pide:

a) Hallar **a** para que sean //. Justificar gráficamente la solución obtenida.

b) Hallar **a** para que sean $\perp$. Justificar gráficamente la solución obtenida.

c) Hallar **a** para que formen 45º. Justificar gráficamente la solución obtenida.

d) Hallar un vector $\perp$ a $\vec{u}$ de módulo 5

e) Hallar $\left(\vec{u}\cdot\vec{u}\right)\vec{u}$ *(2,5 puntos)*

2. Dadas las rectas $\left.\begin{array}{l} r:\ \ 2x+3y+5=0 \\ s:\ 5x-2y-16=0 \end{array}\right\}$, se pide

a) ¿Cuál es su posición relativa? Caso de ser secantes, hallar su punto de corte.

b) Hallar la ecuación general de la recta $\perp$ a r que pasa por P(-2,1)

c) Hallar el ángulo que forman r y s *(2,25 puntos)*

3. Dada la recta r: 3x-4y+5=0 y el punto P(4,2), se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta r' // a r que pasa por P, en todas las formas conocidas.

b) Razonar analíticamente que la recta obtenida es correcta.

c) ¿Qué ángulo forma dicha recta con OX^+?

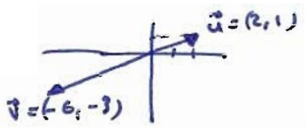
d) Hallar la distancia de r a r' *(2,5 puntos)*

4. **a)** Operar en binómica: $-2-5i-\dfrac{10-10i-5(1+i)}{8+2i-(5+3i)}$

b) Operar en polar y <u>pasar el resultado a binómica</u>: $\left[\dfrac{\left(-\sqrt{3}+i\right)\left(-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i\right)}{-6}\right]^3$ *(2,5 puntos)*

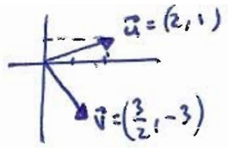
<u>NOTA</u>: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

① $\vec{u}=(2,1)$; $\vec{v}=(a,-3)$



a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \dfrac{2}{a}=\dfrac{1}{-3} \Rightarrow \boxed{a=-6}$ 0,5

b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow (2,1)(a,-3)=2a-3=0$; $2a=3$; $\boxed{a=\frac{3}{2}}$ 0.5



c) $\cos 45^\circ=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{2a-3}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{a^2+9}} \Rightarrow \sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{a^2+9}=2(2a-3)$; 0.25

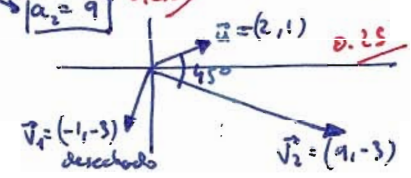
$(\sqrt{10}\sqrt{a^2+9})^2=[2(2a-3)]^2$; $10(a^2+9)=4(4a^2-12a+9)$; $5(a^2+9)=2(4a^2-12a+9)$

$5a^2+45=8a^2-24a+18$; $0=3a^2-24a-27$; $0=a^2-8a-9$ ↗ $a_1=-1$ desechado por el dibujo
↘ $\boxed{a_2=9}$ 0,25

d) $\vec{u}=(2,1) \xRightarrow{\perp} \vec{n}=(-1,2) \xRightarrow{\text{unitario}} \dfrac{\vec{n}}{|\vec{n}|}=\left(\dfrac{-1}{\sqrt{5}},\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)=\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{5},\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)$

$\Downarrow \cdot 5$

0,5 $\boxed{(-\sqrt{5},2\sqrt{5})}$



TOTAL: $\boxed{2,5}$

e) $(\vec{u}\cdot\vec{u})\vec{u}=[(2,1)\cdot(2,1)](2,1)=5(2,1)=\boxed{(10,5)}$ 0.25

---

② $\left.\begin{array}{l} r: 2x+3y+5=0 \\ 5x-2y-16=0 \end{array}\right\}$ a) $\left.\begin{array}{l} 2x+3y=-5 \\ 5x-2y=16 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 2} 4x+\cancel{6y}=-10 \\ \xrightarrow{\cdot 3} 15x-\cancel{6y}=48 \end{array}$

$19x=38$; $x=2 \xrightarrow[\text{en } E_1]{\text{sustituimos}} 4+3y=-5$
$3y=-9$; $y=-3$

0,25

Soluc: $\boxed{\text{SECANTES; se cortan en } (2,-3)}$ 0.5

b) $\left.\begin{array}{l} \vec{u}_r=(-3,2) \xrightarrow{\perp} \vec{n}=(2,3) \\ P(-2,1) \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}} \Rightarrow 3x+6=2y-2$

$\boxed{3x-2y+8=0}$

CONTINUA 0,75 GRAL. O IMPLÍCITA

TOTAL: $\boxed{2,25}$

0,75

c) $\left.\begin{array}{l} \vec{u}_r=(-3,2) \\ \vec{u}_s=(2,5) \end{array}\right\}$ $\cos\alpha=\dfrac{|\vec{u}_r\cdot\vec{u}_s|}{\|\vec{u}_r\|\cdot\|\vec{u}_s\|}=\dfrac{|(-3,2)(2,5)|}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{29}}=\dfrac{|-6+10|}{\sqrt{377}}=\dfrac{4}{\sqrt{377}} \Rightarrow \boxed{\alpha=\arccos\dfrac{4}{\sqrt{377}} \simeq 78^\circ 6' 41''}$

---

③ $\left.\begin{array}{l} r: 3x-4y+5=0 \\ P(4,2) \end{array}\right\} \to \vec{v}_r=(4,3) \to m=\dfrac{3}{4}$

a) $r \parallel r' \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \vec{u}_r=\vec{v}_{r'}=(4,3) \\ P(4,2) \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\left.\begin{array}{l} x=4+4\lambda \\ y=2+3\lambda \end{array}\right\}} \Rightarrow \boxed{\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-2}{3}} \Rightarrow 3x-12=4y-8$

$\boxed{3x-4y-4=0}$

PARAMÉTRICAS CONTINUA GRAL. O IMPLÍCITA

0,2 cada forma

$\Downarrow$

$m=m'=\dfrac{3}{4}$ $4y=3x-4$; $\boxed{y=\dfrac{3}{4}x-1}$

$\Downarrow$ EXPLÍCITA

$\boxed{y-2=\dfrac{3}{4}(x-4)}$

PTO-PDTE.

b) $r': 3x-4y-4=0$ tiene $\vec{u}_{r'}=(4,3)=\vec{v}_r$
$P(4,2)\in r'$: $12-8-4=0$ 0,5

c) $r': 3x-4y-4=0 \rightarrow \vec{u}_{r'}=(4,3) \rightarrow m=\frac{3}{4}=tg\,\alpha \Rightarrow \alpha = arctg\,\frac{3}{4} \simeq \boxed{36^\circ 52' 12''}$ 0,5

d) $r \parallel r' \Rightarrow d(r,r')=d(P,r)=\frac{|12-8+5|}{\sqrt{9+16}}=\boxed{\frac{9}{5}\,u}$ 0,5

TOTAL: $\boxed{2,5}$

---

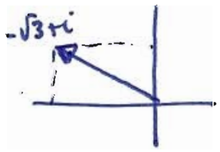
4 a) $-2-5i-\frac{10-10i-5(1+i)}{8+2i-(5+3i)} = -2-5i-\frac{10-10i-5-5i}{8+2i-5-3i} = -2-5i-\frac{5-15i}{3-i} =$

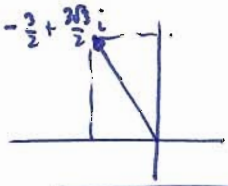
$= -2-5i-\frac{(5-15i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = -2-5i-\frac{15+5i-45i+15}{9+1} = -2-5i-\frac{30-40i}{10} =$ 0,25

$=-2-5i-(3-4i)=\boxed{-5-i}$ 0,5

b) $\left[\frac{(-\sqrt{3}+i)\left(-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i\right)}{-6}\right]^3 = \left(\frac{2_{150^\circ}\cdot 3_{120^\circ}}{6_{180^\circ}}\right)^3 = \left(\frac{6_{270^\circ}}{6_{180^\circ}}\right)^3 = \left(1_{90^\circ}\right)^3 = 1_{270^\circ} = \boxed{-i}$

0.5 0,5 0.25





TOTAL: $\boxed{2,5}$

$r=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$

$\alpha = arctg\,\frac{1}{-\sqrt{3}} = arctg\,\frac{\sqrt{3}}{3} = 150^\circ$

$r=\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{27}{4}}=\sqrt{\frac{36}{4}}=\sqrt{9}=3$

$\alpha = arctg\,\frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{-3/2} = arctg(-\sqrt{3}) = -arctg\sqrt{3} = 120^\circ$

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
LIMPIEZA Y ORDEN : 0,10
LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	EXAMEN 2ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. B** **CURSO 2007-2008**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Hallar un vector $\vec{u}$ ortogonal a $\vec{v} = (3,4)$ y cuyo módulo sea el doble que el de $\vec{v}$. Explicar gráficamente la situación. *(1 punto)*

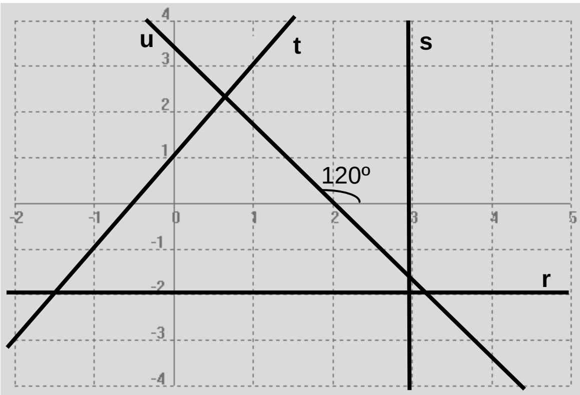
2. Dados $\vec{u} = \left(\sqrt{3},1\right)$ y $\vec{v} = (1,a)$, se pide:

a) Hallar **a** para que tengan la misma dirección. Explicar gráficamente la solución.

b) Hallar **a** para que sean ortogonales. Explicar gráficamente la solución.

c) Hallar **a** para que formen 30º. Justificar gráficamente la solución. *(1,75 puntos)*

3.



Hallar la ecuación general de las rectas **r**, **t**, **s** y **u** de la figura. *(1,25 puntos)*

4. Dadas las rectas r: 3x-4y+2=0 y s: kx-y+3=0, se pide:

a) Dibujar r

b) Hallar **k** para que sean //, y calcular su distancia en ese caso.

c) Hallar **k** para que sean $\perp$, y obtener el punto de corte de ambas en tal caso.

d) Hallar la ecuación general de la recta // a r que pasa por el origen.

e) Hallar la ecuación general de la recta $\perp$ a r que pasa por el origen.

f) Hallar **k** para que formen 45º *(3,75 puntos)*

5. **TEORÍA:**

a) ¿Cuáles son los dos vectores unitarios con la misma dirección que $\vec{u} = (4,3)$?

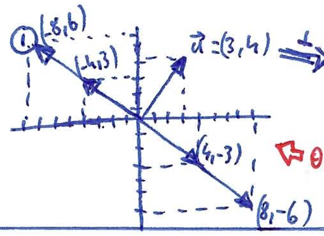
b) ¿Cuáles son los dos vectores perpendiculares a $\vec{u} = (4,3)$ y que tienen su mismo módulo?

c) ¿Cuáles son los dos vectores unitarios y ortogonales a $\vec{u} = (4,3)$?

d) Dados $\vec{u} = (2,3)$, $\vec{v} = (-3,1)$ y $\vec{w} = (5,2)$, hallar $\vec{u}\left(\vec{v}\cdot\vec{w}\right)-\left(\vec{u}\cdot\vec{v}\right)\vec{w}$

e) ¿Es perpendicular la recta 2x+3y+4=0 con otra que tenga de pendiente 3/2? *(2 puntos)*

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

1) 

$\vec{u}=(3,4) \Longrightarrow \vec{w}=(-4,3)$ o $(4,-3)$ tienen el mismo módulo que $\vec{u}$; para que midan el doble basta multiplicarlos por dos: soluc: $\boxed{(-8,6) \text{ y } (8,-6)}$ (ver dibujo)

0,25 0,75

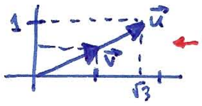
TOTAL: 1

(NOTA: también se puede hallar analíticamente, pero se tarda más...)

---

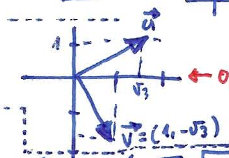
2) $\vec{u}=(\sqrt{3},1)$, $\vec{v}=(1,a)$

a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \propto \vec{v} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{1}=\dfrac{1}{a} \Rightarrow \boxed{a=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ 0,25



← 0,125

b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow \sqrt{3}+a=0;\ \boxed{a=-\sqrt{3}}$ 0,25

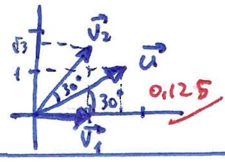


← 0,125

c) $\cos\alpha=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} \Rightarrow \cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}+a}{\sqrt{3+1}\cdot\sqrt{1+a^2}} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a+\sqrt{3}}{2\sqrt{a^2+1}}$ ↖ 0,125 $\Longrightarrow \cancel{2}\sqrt{3}\sqrt{a^2+1}=\cancel{2}(a+\sqrt{3});\ 3(a^2+1)=(a+\sqrt{3})^2$

$3a^2+\cancel{3}=a^2+2\sqrt{3}a+\cancel{3};\ 2a^2-2\sqrt{3}a=0;\ 2a(a-\sqrt{3})=0 \nearrow \boxed{a=0},\ \searrow \boxed{a=\sqrt{3}}$ 0,5

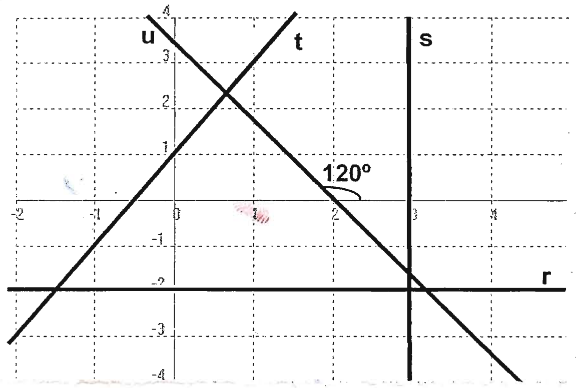
↖ 0,125



0,125

TOTAL: 1,75

---

3) 

r: $y=-2$ por ser recta horizontal ← 0,125

s: $x=3$ " " " vertical ← 0,125

TOTAL: 1,2

t: $m=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{2}{1}=2$, $P(0,1)$ $\Big\}$ $y-1=2(x-0)$; $y-1=2x;\ \boxed{2x-y+1=0}$ ← 0,5

u: $m=tg\,120^\circ=tg(180-60^\circ)=-tg\,60^\circ=-\sqrt{3}$, $P(2,0)$ $\Big\}$ $y-0=-\sqrt{3}(x-2)$

$y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$

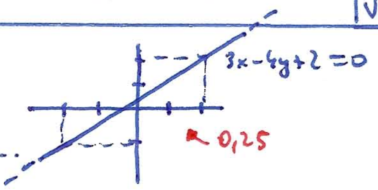
$\boxed{\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0}$ ← 0,5

---

4) r: $3x-4y+2=0$, s: $Kx-y+3=0$

a) $y=\dfrac{3x+2}{4} \Rightarrow$

x	-2	2
y	-1	2



↖ 0,25

b) $r \parallel s \Rightarrow \dfrac{A}{A'}=\dfrac{B}{B'} \Rightarrow \dfrac{3}{K}=\dfrac{-4}{-1};\ \boxed{K=3/4}$ ← 0,25

$\rightarrow s: \dfrac{3}{4}x-y+3=0;\ 3x-4y+12=0$

para hallar la distancia entre ambas rectas paralelas cogemos un pto. de r de la tabla del apdo. a, p.ej. $P(2,2)$:

$\boxed{d(r,s)}=d(P,s)=\dfrac{\|6-8+12\|}{\sqrt{9+16}}=\dfrac{10}{5}=\boxed{2\,u}$ ← 0,5

↙ 0,25

c) $r \perp s \Rightarrow \vec{u_r}\cdot\vec{u_s}=0 \Rightarrow (4,3)\cdot(1,K)=4+3K=0 \Rightarrow \boxed{K=-4/3} \rightarrow s: -\dfrac{4}{3}x-y+3=0 \xrightarrow{\cdot 3} 4x+3y-9=0$

Para hallar el pto. de corte de ambas rectas resolvemos el sistema formado por ambas:

(*) $3x-4y=-2$ $\xrightarrow{\cdot -4}$ $-12x+16y=8$

$4x+3y=9$ $\xrightarrow{\cdot 3}$ $12x+9y=27$

$25y=35 \rightarrow y=\dfrac{35}{25}=\dfrac{7}{5} \xrightarrow{(*)} 3x-\dfrac{28}{5}=-2;\ 3x=\dfrac{28}{5}-2=\dfrac{18}{5};\ x=\dfrac{6}{5}$

$\boxed{P\left(\dfrac{6}{5},\dfrac{7}{5}\right)}$ ← 0,5

d) Por ser paralela a r tendrá la forma $3x-4y+K=0$

y por pasar por el origen: $(0,0) \Rightarrow 3\cdot0-4\cdot0+K=0;\ K=0 \Rightarrow \boxed{3x-4y=0}$

↑ 0,5

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	RECUPERACIÓN 2ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. B** **CURSO 2007-2008**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Hallar un vector $\vec{u}$ ortogonal a $\vec{v}=(3,1)$ y cuyo producto escalar por sí mismo sea 1.

(1,5 puntos)

2. Dado $\vec{u}=(4,3)$, se pide:

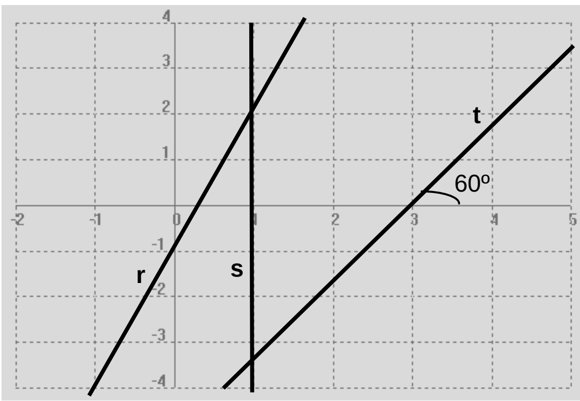
a) Hallar directamente (sin utilizar ecuaciones ni sistemas) un vector $\perp$ a $\vec{u}$ y unitario. ¿Cuántas soluciones hay? Explicar gráficamente la solución.

b) Hallar directamente (sin utilizar ecuaciones ni sistemas) un vector opuesto a $\vec{u}$ y unitario. ¿Cuántas soluciones hay? Explicar gráficamente la solución.

c) Hallar directamente (sin utilizar ecuaciones ni sistemas) un vector $\perp$ a $\vec{u}$ y de módulo 5. ¿Cuántas soluciones hay? Explicar gráficamente la solución.

d) Dado $\vec{v}=(3,1)$, hallar $\left(\vec{u}\cdot\vec{v}-\vec{u}\cdot\vec{u}\right)\vec{v}$ *(3 puntos)*

3.



Hallar la ecuación general de las rectas **r**, **s** y **t** de la figura. *(1,5 puntos)*

4. Dada la recta r: 4x+ay-2=0, se pide:

a) Hallar **a** para que pase por el punto P(1,2), y expresar para ese valor de **a** la recta en todas las formas conocidas

b) Hallar **a** para que sea // a la bisectriz del 1^er^ cuadrante, y calcular en tal caso la distancia entre ambas rectas.

c) Hallar **a** para que sea $\perp$ a otra de pendiente 3/2.

d) Hallar **a** para que forme 60º con el eje y. ¿Cuántas soluciones hay? *(3,75 puntos)*

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

① ¿ $\vec{u}=(a,b)$?

$\vec{u}\perp\vec{v}=(3,1) \Rightarrow (a,b)\cdot(3,1) = 3a+b=0$ 0.5/

$\vec{u}\cdot\vec{u}=1 \Rightarrow (a,b)\cdot(a,b) = a^2+b^2=1\ (*)$

$\longrightarrow b=-3a \overset{(*)}{\Rightarrow} a^2+(-3a)^2=1;\ a^2+9a^2=1$

$10a^2=1;\ a^2=\frac{1}{10}$ ↗ $a_1=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10} \longrightarrow b_1=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

↘ $a_2=-\frac{1}{\sqrt{10}}=-\frac{\sqrt{10}}{10} \rightarrow b_2=+\frac{3\sqrt{10}}{10}$ 0.5

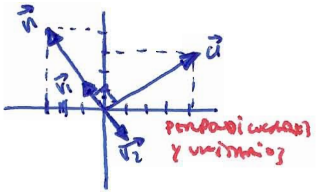
Soluc: $\boxed{\vec{u}_1=\left(\frac{\sqrt{10}}{10},-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right);\ \vec{u}_2=\left(-\frac{\sqrt{10}}{10},\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)}$ 0.5/

TOTAL: 1,5

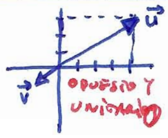
---

② $\vec{u}=(4,3)$

a) $|\vec{u}|=\sqrt{16+9}=5;\quad \vec{u}=(4,3) \overset{\perp}{\Rightarrow} \vec{n}=(-3,4) \xrightarrow{\text{UNITARIO}} \boxed{\vec{v}_1=\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right) \text{ y su opuesto: } \vec{v}_2=\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)}$ 2 soluc.

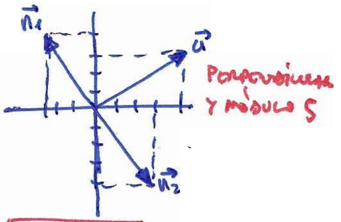


b) $\vec{u}=(4,3) \xrightarrow{\text{OPUESTO}} (-4,-3) \xrightarrow{\text{UNITARIO}} \boxed{\vec{v}=\left(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)}$ 1 soluc.



0,75 cada apartado

c) $\vec{u}=(4,3) \xrightarrow{\perp} \boxed{\vec{n}_1=(-3,4) \text{ y su opuesto: } \vec{n}_2=(3,-4)}$ 2 soluc. ambos tienen igual módulo que $\vec{u}$, es decir, 5



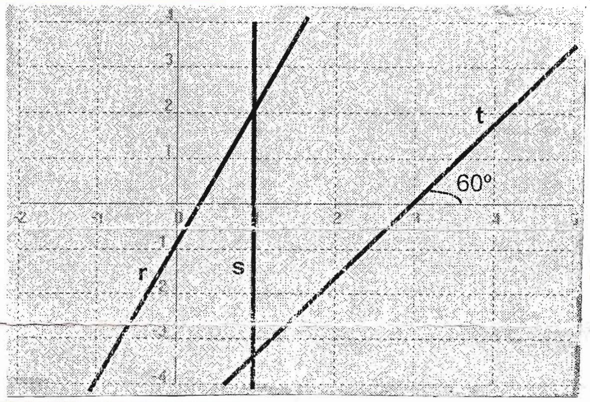
d) $(\vec{u}\cdot\vec{v}-\vec{u}\cdot\vec{u})\vec{v}=[(4,3)\cdot(3,1)-(4,3)\cdot(4,3)](3,1)=(15-25)(3,1)=-10(3,1)=\boxed{(-30,-10)}$

$\vec{v}=(3,1)$

TOTAL: 3

---

③



r: $\left.\begin{matrix}A(0,-1)\\B(1,2)\end{matrix}\right\}\ \vec{u}_r=\vec{AB}=B-A=(1,3);\quad \frac{x}{1}=\frac{y+1}{3};\ 3x=y+1$

0.625/ $\boxed{3x-y-1=0}$

s: $\boxed{x=1}$ 0.25/

t: $\left.\begin{matrix}m=tg\,60^\circ=\sqrt{3}\\P(3,0)\end{matrix}\right\}\ y-0=\sqrt{3}(x-3);\ \boxed{\sqrt{3}x-y-3\sqrt{3}=0}$ 0.625/

TOTAL: 1,5

---

④ r: $4x+ay-2=0$

a) $P(1,2)\in r \Rightarrow 4+2a-2=0;\ 2a=-2;\ \boxed{a=-1}$ 0.25/ $\Rightarrow$ r: $\boxed{4x-y-2=0}$ 0,25/ $\Rightarrow \vec{u}_r=(1,4) \Rightarrow m=4$

$\Downarrow$

0.25/ $\boxed{\begin{matrix}x=1+\lambda\\y=2+4\lambda\end{matrix}}$ PARAMÉTRICAS $\Rightarrow \boxed{\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{4}}$ CONTINUA 0.25/ $\boxed{y-2=4(x-1)}$ 0.25/ PTO-PDTE. $\boxed{y=4x-2}$ 0.25/ EXPLÍCITA

(TOTAL APDO: 1,5)

b) $\left.\begin{matrix}r:\ 4x+ay-2=0\\ \text{bisectriz 1}^{er}\text{ cuad: } y=x \rightarrow x-y=0\end{matrix}\right\}\ // \Rightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'} \Rightarrow \frac{4}{1}=\frac{a}{-1} \Rightarrow \boxed{a=-4}$ 0.5/ $\rightarrow$ r: $4x-4y-2=0$

$2x-2y-1=0$

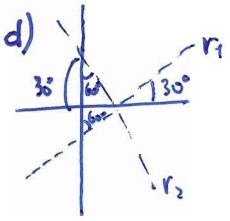
Tomamos un pto. cualquiera ∈ bisectriz, p.ej. (0,0), y calculamos su distancia a r:

$d(r,\text{bisectriz})=d(O,r)=\frac{|0-0-1|}{\sqrt{4+4}}=\frac{1}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{8}}{8}=\frac{2\sqrt{2}}{8}=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{4}\,u}$ 0.5/

TOTAL: 3,75

c) $\left.\begin{matrix}m_s=\frac{3}{2} \Rightarrow \vec{u}_s=(2,3)\\ \vec{u}_r=(-a,4)\end{matrix}\right\}\ r\perp s \Rightarrow \vec{u}_r\cdot\vec{u}_s=0 \Rightarrow -2a+12=0;\ \boxed{a=6}$ 0.5/

d)



que forme 60° con el eje y significa que forma 30° con el eje x; por lo tanto, puede haber dos soluc (ver dibujo; no es exacto, sino aproximado!)

$\left.\begin{matrix}m=tg\,30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\\ \vec{u}_r=(-a,4) \rightarrow m=-\frac{4}{a}\end{matrix}\right\}\ \frac{\sqrt{3}}{3}=-\frac{4}{a};$

$\boxed{a=\frac{-12}{\sqrt{3}}=\frac{-12\sqrt{3}}{3}=-4\sqrt{3}}$ 0,75/

$m=tg\,150^\circ=tg(180-30^\circ)=-tg\,30^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{3}=-\frac{4}{a}$

$\Downarrow$

$\boxed{a=4\sqrt{3}}$

ORTOGRAFÍA Y SINTAXIS: 0,05
LIMPIEZA Y CALIGRAFÍA: 0,05
ORDEN ....: 0,05
LENGUAJE MATEMÁTICO: 0,10

e) $\vec{u_r}=(4,3) \Rightarrow \vec{n}=(-3,4)$, $P(0,0)$ $\quad \dfrac{x}{-3}=\dfrac{y}{4}$; $4x=-3y$; $\boxed{4x+3y=0}$ ← 0,5

f) $\cos\alpha=\dfrac{|\vec{u_r}\cdot\vec{u_s}|}{\|\vec{u_r}\|\cdot\|\vec{u_s}\|} \Rightarrow \cos 45^\circ=\dfrac{|(4,3)\cdot(1,K)|}{\sqrt{16+9}\cdot\sqrt{1+K^2}}$; $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4+3K}{5\cdot\sqrt{1+K^2}}$ ← 0,25 ; $5\sqrt{2}\cdot\sqrt{K^2+1}=2(4+3K)$

$25\cdot 2\cdot(K^2+1)=4(4+3K)^2$; $25(K^2+1)=2(16+24K+9K^2)$; $25K^2+25=32+48K+18K^2$

$7K^2-48K-7=0$; $K=\dfrac{48\pm\sqrt{2304+196}}{14}=\dfrac{48\pm 50}{14}$ $\quad \boxed{K_1=\dfrac{98}{14}=7}$ $\quad \boxed{K_2=\dfrac{-2}{14}=-\dfrac{1}{7}}$ ← 0,5

0,25

TOTAL: 3,75

⑤ a) $\vec{u}=(4,3) \rightarrow |\vec{u}|=\sqrt{16+9}=5 \Rightarrow$ soluc.: $\boxed{\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)}$ y su opuesto: $\boxed{\left(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)}$ ← 0,4 son unitarios y con la misma dirección que $\vec{u}$

b) $\vec{u}=(4,3) \rightarrow \vec{n}=\boxed{(-3,4)}$ y su opuesto: $\boxed{(3,-4)}$ ← 0,4 son $\perp$ a $\vec{u}$ y con su mismo módulo

c. Basta con dividir los dos vectores anteriores por su módulo: $\boxed{\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right) \text{ y } \left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)}$ ← 0,4 son $\perp$ a $\vec{u}$ y unitarios

d) $\vec{u}=(2,3)$, $\vec{v}=(-3,1)$, $\vec{w}=(5,2)$

$\vec{u}(\vec{v}\cdot\vec{w})-(\vec{u}\cdot\vec{v})\vec{w}=(2,3)(-15+2)-(-6+3)(5,2)=(2,3)(-13)-(-3)(5,2)=(-26,-39)+(15,6)=\boxed{(-11,-33)}$

0,4

e) $2x+3y+4=0 \rightarrow \vec{u_r}=(-3,2)$; $m=3/2 \rightarrow \vec{u_s}=(2,3)$ $\quad \vec{u_r}\cdot\vec{u_s}=-6+6=0 \Rightarrow \boxed{\text{sí son } \perp}$ ← 0,4

TOTAL: 2

ORTOGRAFÍA Y SINTAXIS ... 0,05
CALIGRAFÍA 0,05
ORDEN 0,05
LIMPIEZA 0,05
LENGUAJE MATEMÁTICO .. 0,05

0,25

I.E.S. "Fernando de Mena"	EXAMEN 2ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	1º BACH. A+C CURSO 2006-2007	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. Dados $\vec{u} = (2,1)$ y $\vec{v} = (a,-3)$, se pide:

a) Hallar **a** para que sean //. Justificar gráficamente la solución obtenida.

b) Hallar **a** para que sean $\perp$. Justificar gráficamente la solución obtenida.

c) Hallar **a** para que formen 45º. Justificar gráficamente la solución obtenida.

d) Hallar un vector $\perp$ a $\vec{u}$ de módulo 5 *(2 puntos)*

2. Dada la recta 3x-4y+19=0 , se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta paralela a la anterior que pasa por P(5,6), en todas las formas conocidas.

b) Hallar la distancia entre las dos rectas anteriores.

c) Hallar el ángulo que dichas rectas forman con la recta 7x-y+3=0

d) Representar gráficamente en unos ejes cartesianos las situaciones anteriores. *(2 puntos)*

3. Dibujar en unos ejes cartesianos el triángulo de vértices A(2,0), B(0,1) y C(-3,-2), y hallar:

a) La ecuación general de la mediana correspondiente al lado AC. Dibujarla.

b) La ecuación general de la altura correspondiente al lado AC. Dibujarla.

c) La ecuación general de las mediatrices correspondientes a AB y AC. Dibujarlas.

d) ¿Cómo se llama el punto donde se cortan las anteriores? Obtenerlo. *(1,75 puntos)*

4. **a)** Operar $\dfrac{(2+3i)(1-i)-(3+4i)^2}{2i^{14}-i^{-7}}$ en forma binómica.

b) Calcular $\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i)^2\,(-1-i)^4}{(-1+i)^3\,i^7}$ en forma polar, y pasar el resultado a binómica. *(2 puntos)*

5. **a)** Calcular $\sqrt[4]{\dfrac{-16i}{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}}$, dando el resultado en binómica.

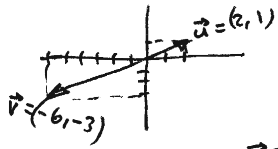
b) Comprobar la raíz correspondiente al 4º cuadrante.

c) Dibujar los afijos de las raíces. ¿Qué figura forman? *(2 puntos)*

<u>NOTA</u>: La ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

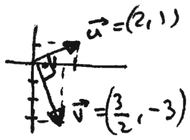
① $\vec u=(2,1)$ $\vec v=(a,-3)$

a) $\vec u \parallel \vec v \Rightarrow \frac{2}{a}=\frac{1}{-3}$; $\boxed{-6=a}$



0.25

b) $\vec u \perp \vec v \Rightarrow \vec u\cdot\vec v=0 \Rightarrow 2a-3=0$; $\boxed{a=3/2}$



0.25

TOTAL: 2

c) $\cos 45° = \frac{\vec u\cdot\vec v}{\|\vec u\|\cdot\|\vec v\|} \Rightarrow \frac{\sqrt2}{2}=\frac{2a-3}{\sqrt5\,\sqrt{a^2+9}}$; $\sqrt{10}\cdot\sqrt{a^2+9}=2(2a-3)$; $10(a^2+9)=4(4a^2-12a+9)$

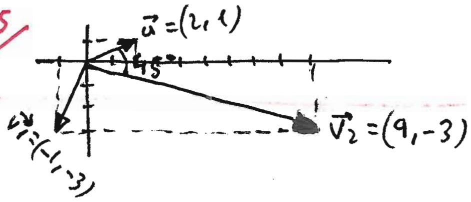
$5(a^2+9)=2(4a^2-12a+9)$

$5a^2+45=8a^2-24a+18$ 0.75

$0=3a^2-24a-27$

$a^2-8a-9=0$ → $a_1=-1$ descartado debido al dibujo: 0.5

$\boxed{a_2=9}$



d) $\vec u=(2,1) \longrightarrow \vec n=(-1,2)$ 0'25

$|\vec n|=\sqrt5 \Rightarrow \frac{\vec n}{\|\vec n\|}=\left(-\frac{1}{\sqrt5},\frac{2}{\sqrt5}\right)$ es unitario $\Rightarrow 5\left(\frac{-1}{\sqrt5},\frac{2}{\sqrt5}\right)=\left(\frac{-5}{\sqrt5},\frac{10}{\sqrt5}\right)=\left(-\frac{5\sqrt5}{5},\frac{10\sqrt5}{5}\right)=\boxed{(-\sqrt5,2\sqrt5)}$

---

② $3x-4y+19=0 \to \vec u_r=(4,3) \Rightarrow m=\frac{3}{4}$

a) $\boxed{\begin{cases}x=5+4\lambda\\ y=6+3\lambda\end{cases}}$ PARAMÉTRICAS $\Rightarrow \boxed{\frac{x-5}{4}=\frac{y-6}{3}}$ CONTINUA $\Rightarrow 3x-15=4y-24 \Rightarrow \boxed{3x-4y+9=0}$ GRAL. O IMPLÍCITA ; $y-6=\frac{3}{4}(x-5)$

$\Downarrow$

$\boxed{y-6=\frac{3}{4}(x-5)}$ PTO-PDTE. $\Rightarrow \boxed{y=\frac{3}{4}x-\frac{15}{4}+6=\frac{3}{4}x+\frac{9}{4}}$ EXPLÍCITA

0,1 cada una

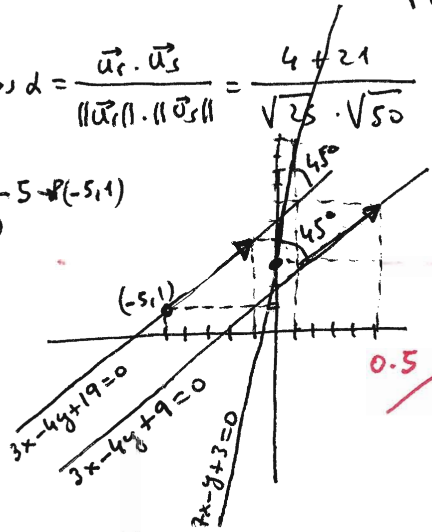
b) $r: 3x-4y+19=0$
$r': 3x-4y+9=0$
$P(5,6)\in r'$ } al ser paralelas $\Rightarrow \boxed{d(r,r')=d(P,r)=\frac{|3\cdot5-4\cdot6+19|}{\sqrt{9+16}}=\frac{10}{5}=2\,u}$ 0.5

c) r y r' tienen el vector director $(4,3)$
$s: 7x-y+3=0 \to \vec u_s=(1,7)$ } $\cos\alpha=\frac{\vec u_r\cdot\vec u_s}{\|\vec u_r\|\cdot\|\vec u_s\|}=\frac{4+21}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{50}}=\frac{25}{5\cdot5\sqrt2}=\frac{1}{\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{2}\Rightarrow\boxed{\alpha=45°}$ 0.5

d) ¿$3x-4y+19=0$? $y=1 \to 3x-15=0$; $x=-5 \to P(-5,1)$
$\vec u_r=(4,3)$

¿$3x-4y+9=0$? $P(5,6)$; $\vec u_{r'}=(4,3)$

¿$7x-y+3=0$? $x=0 \to y=3$
$x=1 \to y=10$

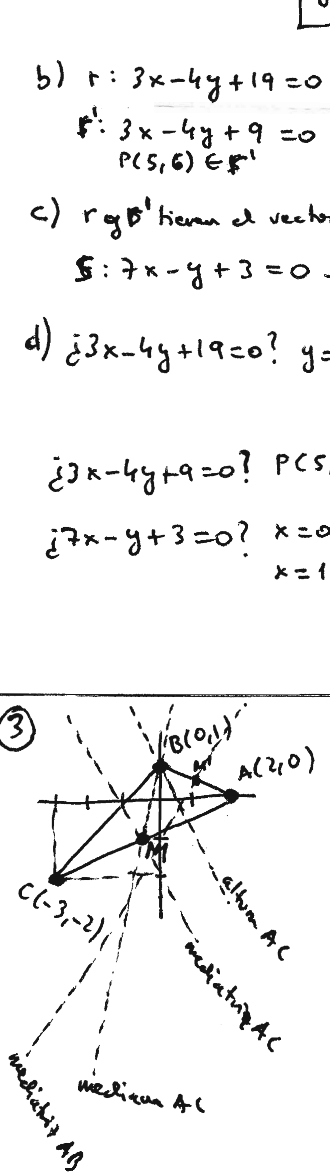


0.5

TOTAL: 2

---

③



a) $M=\frac{A+C}{2}=\frac{(2,0)+(-3,-2)}{2}=\frac{(-1,-2)}{2}=\left(-\frac{1}{2},-1\right)$
$\vec u_r=\vec{MB}=B-M=(0,1)-(-\frac{1}{2},-1)=\left(\frac{1}{2},2\right)\to(1,4)$
B(0,1) } $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{4} \Rightarrow 4x=y-1$; $\boxed{4x-y+1=0}$ 0.35

b) $\vec{CA}=(5,2) \Rightarrow \vec n=(-2,5)$
$B(0,1)$ } $\frac{x}{-2}=\frac{y-1}{5} \Rightarrow 5x=-2y+2$; $\boxed{5x+2y-2=0}$ 0.35

c) mediatriz AB: $M'=\frac{A+B}{2}=\frac{(2,0)+(0,1)}{2}=\frac{(2,1)}{2}=\left(1,\frac{1}{2}\right)$
$\vec{AB}=B-A=(0,1)-(2,0)=(-2,1)\Rightarrow \vec n=(1,2)$ } $\frac{x-1}{1}=\frac{y-\frac{1}{2}}{2} \Rightarrow 2x-2=y-\frac{1}{2}$

$4x-4=2y-1$

$\boxed{4x-2y-3=0}$

mediatriz AC: $\left.\begin{array}{l} M\left(-\frac{1}{2},-1\right) \\ \vec{n}=(-2,5) \end{array}\right\}$ $\frac{x+\frac{1}{2}}{-2}=\frac{y+1}{5} \Rightarrow 5x+\frac{5}{2}=-2y-2;\ 10x+5=-4y-4$ $\boxed{10x+4y+9=0}$ 0.70

TOTAL: 1,75

d) CIRCUNCENTRO: $\left.\begin{array}{l} 4x-2y-3=0 \ (*) \\ 10x+4y+9=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\otimes 2} \left.\begin{array}{l} 8x-4y-6=0 \\ 10x+4y+9=0 \end{array}\right\}$

$18x \quad +3=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{6} \xrightarrow{(*)} -\frac{4}{6}-2y-3=0;\ -\frac{2}{3}-3=2y$ 0.35

$-\frac{11}{3}=2y;\ y=-\frac{11}{6} \Rightarrow \boxed{Q\left(-\frac{1}{6},-\frac{11}{6}\right)}$

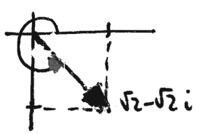
---

4 a) $14 \,\underline{|4}$, -12, 3; $2 \Rightarrow i^{14}=i^2=-1$; $i^{-7}=\frac{1}{i^7}=\frac{1}{i^3}=\frac{1}{-i}=\frac{i}{-i^2}=i$

$$\frac{(2+3i)(1-i)-(3+4i)^2}{2i^{14}-i^{-7}}=\frac{2-2i+3i-3i^2-(9+24i+16i^2)}{-2-i}=\frac{5+i-(-7+24i)}{-2-i}=\frac{12-23i}{-2-i}=$$

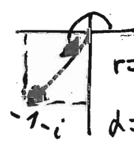
$$=\frac{(12-23i)(-2+i)}{(-2-i)(-2+i)}=\frac{-24+12i+46i-23i^2}{4-i^2}=\frac{-1+58i}{5}=\boxed{-\frac{1}{5}+\frac{58}{5}i}$$ 1

b.



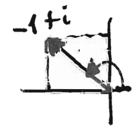
$r=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{2})^2}=\sqrt{4}=2$

$\alpha=\operatorname{arctg}\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\operatorname{arctg}(-1)=315°$



$r=\sqrt{2}$

$\alpha=225°$



$r=\sqrt{2}$

$\alpha=135°$

$i^7=i^3=-i=1_{270°}$

$$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)^2(-1-i)^4}{(-1+i)^3\cdot i^7}=\frac{(2_{315°})^2\cdot(\sqrt{2}_{225°})^4}{(\sqrt{2}_{135°})^3\cdot 1_{270°}}=\frac{4_{630°}\cdot 4_{900°}}{2\sqrt{2}_{405°}\cdot 1_{270°}}=\frac{16_{1530°}}{2\sqrt{2}_{675°}}=\left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)_{855°}=\left(\frac{8\sqrt{2}}{2}\right)_{135°}=4\sqrt{2}_{135°}$$ 0.75

$=4\sqrt{2}(\cos 135°+i\,\operatorname{sen} 135°)=4\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)=\boxed{-4+4i}$ 0.25

$\cos(180-45)=-\cos 45°$ $\quad$ $\operatorname{sen}(180-45)=\operatorname{sen}45$

TOTAL: 2

1. Dado el triángulo de vértices A(1,1), B(5,4) y C(-5,9), se pide:

a) Dibujarlo.

b) Demostrar que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ son $\perp$

c) Hallar $|\overrightarrow{AB}|$ y $|\overrightarrow{AC}|$

d) Calcular su área. *(2 puntos)*

2. a) Hallar, en todas las formas conocidas, la ecuación de la recta **s** que tiene la misma pendiente que **r**: y=3x-1 y pasa por P(-1,2)

b) Hallar la distancia entre las dos rectas **r** y **s** anteriores.

c) Hallar el ángulo que forma **r** con la recta **t**: x-2y+4=0 *(2 puntos)*

3. Dadas las rectas $\left.\begin{array}{l} r: x+2y-3=0 \\ s: x-ky+4=0 \end{array}\right\}$ se pide:

a) Hallar **k** para que sean //

b) Hallar **k** para que sean $\perp$

c) Hallar la ecuación general de la recta $\perp$ a r que pasa por el origen. *(2 puntos)*

4. a) Operar $\dfrac{(3-2i)(3+i)-(2i-3)^2}{i^{23}-i^{-13}}$ en forma binómica.

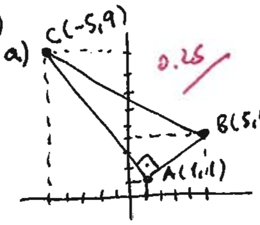
b) Calcular $\dfrac{(-2\sqrt{3}-2i)^5}{(-4+4\sqrt{3}\,i)^3\,2i}$ en forma polar, y pasar el resultado a binómica. *(2 puntos)*

5. a) Calcular $\sqrt[4]{\dfrac{8\sqrt{3}+8i}{-\sqrt{3}+i}}$, dando el resultado en binómica.

b) Dibujar los afijos de las raíces anteriores. *(2 puntos)*

NOTA: Se valorará La ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

① a)



0.25

b) $\vec{AB} = B - A = (5,4) - (1,1) = (4,3)$

$\vec{AC} = C - A = (-5,9) - (1,1) = (-6,8)$

$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (4,3)\cdot(-6,8) = -24+24 = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{AC}$ 0.75

c) $|\vec{AB}| = \sqrt{16+9} = \boxed{5}$ 0.25

$|\vec{AC}| = \sqrt{36+64} = \boxed{10}$

d) $A = \frac{1}{2}$ base x altura $= \frac{1}{2}|\vec{AB}|\cdot|\vec{AC}| = \frac{1}{2}\cdot 5 \cdot 10 = \boxed{25\ u^2}$ 0.75

---

② a) $m = 3 \Rightarrow \vec{u}_r = (1,3)$; pasa por $P(-1,2)$

$\boxed{\begin{cases} x = -1+\lambda \\ y = 2+3\lambda \end{cases}}$ PARAMÉTRICAS $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3}}$ CONTINUA $\Rightarrow$ $3x+3 = y-2$; $\boxed{3x-y+5=0}$ GRAL. O IMPLÍCITA $\Rightarrow$ $\boxed{y = 3x+5}$ EXPLÍCITA ; $\boxed{y-2 = 3(x+1)}$ PTO-PDTE. 0.1 cada uno

b) $r: 3x-y-1=0$; $\boxed{d(r,s) = d(P,r) = \frac{|-3-2-1|}{\sqrt{9+1}} = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{6\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5}u.}$ 0.75

c) $\begin{cases}\vec{u}_r = (1,3) \\ \vec{u}_t = (2,1)\end{cases}$ $\cos\alpha = \frac{|\vec{u}_r\cdot\vec{u}_t|}{\|\vec{u}_r\|\cdot\|\vec{u}_t\|} = \frac{|2+3|}{\sqrt{1+9}\cdot\sqrt{4+1}} = \frac{5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5\sqrt{50}}{50} = \frac{\sqrt{50}}{10} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ}$ 0.75

---

③ $\begin{cases} r: x+2y-3=0 \\ s: x-ky+4=0 \end{cases}$

a) $\frac{1}{1} = \frac{2}{-k}$; $-k = 2$; $\boxed{k=-2}$ 0.5

b) $r \perp s \Rightarrow \vec{u}_r\cdot\vec{u}_s = 0 \Rightarrow (-2,1)\cdot(k,1) = -2k+1 = 0 \Rightarrow \boxed{k = 1/2}$ 0.5

c) $\vec{u}_r = (-2,1) \Rightarrow \vec{n} = (1,2) \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2} \rightarrow \boxed{2x-y=0}$ 1

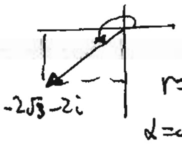
---

④ a) $\frac{(3-2i)(3+i)-(2i-3)^2}{i^{23}-i^{-13}} = \frac{9+3i-6i-2i^2-(4i^2-12i+9)}{i^{23}-\frac{1}{i^{13}}} = \frac{9-3i+2-(-4-12i+9)}{i^3-\frac{1}{i}} = \frac{11-3i-5+12i}{-i-\frac{i}{-1}} = \frac{6+9i}{0} = \not\exists$ 0.5 0.5

b) $\frac{(-2\sqrt{3}-2i)^5}{(-4+4\sqrt{3}i)^3\cdot 2i} = \frac{(4_{210^\circ})^5}{(8_{120^\circ})^3\cdot 2_{90^\circ}} = \frac{(4^5)_{1050^\circ}}{(8^3)_{360^\circ}\cdot 2_{90^\circ}} = \frac{(2^{10})_{1050^\circ}}{(2^9)_{360^\circ}\cdot 2_{90^\circ}} = \frac{(2^{10})_{1050^\circ}}{(2^{10})_{450^\circ}} = 1_{600^\circ} = \boxed{1_{240^\circ}} = \cos 240^\circ + i\,\text{sen}\,240^\circ =$ 0.5

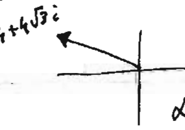
$\cos(180^\circ+60) = -\cos 60^\circ$; $\text{sen}(180+60) = -\text{sen}\,60^\circ$

$= \boxed{-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$ 0.5



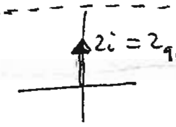
$r = \sqrt{12+4} = 4$

$\alpha = \text{arctg}\frac{-2}{-2\sqrt{3}} = \text{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} = 210^\circ$



$r = \sqrt{16+48} = 8$

$\alpha = \text{arctg}\frac{4\sqrt{3}}{-4} = \text{arctg}(-\sqrt{3}) = 120^\circ$

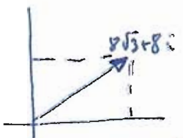


$2i = 2_{90^\circ}$

---

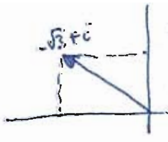
⑤ a) $\sqrt[4]{\frac{8\sqrt{3}+8i}{-\sqrt{3}+i}} = \sqrt[4]{\frac{16_{30^\circ}}{2_{150^\circ}}} = \sqrt[4]{8_{-120^\circ}} = \sqrt[4]{8_{240^\circ}} = R_\beta$ siendo $\begin{cases} R = \sqrt[4]{8} \\ \beta = \frac{240^\circ + k\cdot 360^\circ}{4} = 60^\circ + k\cdot 90^\circ \end{cases}$ donde $k = 0,1,2,3$

0,25



$r = \sqrt{192+64} = 16$

$\alpha = \text{arctg}\frac{8}{8\sqrt{3}} = 30^\circ$



$r = \sqrt{3+1} = 2$

$\alpha = \text{arctg}\frac{1}{-\sqrt{3}} = \text{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 150^\circ$

0,75

$k=0 \rightarrow z_1 = \boxed{(\sqrt[4]{8})_{60^\circ}} = \sqrt[4]{8}(\cos 60^\circ + i\,\text{sen}\,60^\circ) = \sqrt[4]{8}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{\sqrt[4]{8}}{2} + \frac{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt{3}}{2}i = \frac{\sqrt[4]{8}}{2} + \frac{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[4]{3^2}}{2}i = \boxed{\frac{\sqrt[4]{8}}{2} + \frac{\sqrt[4]{72}}{2}i}$ 0,125

$k=1 \rightarrow z_2 = \boxed{(\sqrt[4]{8})_{150^\circ}} = \sqrt[4]{8}(\cos 150^\circ + i\,\text{sen}\,150^\circ) = \sqrt[4]{8}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right) = \boxed{-\frac{\sqrt[4]{72}}{2} + \frac{\sqrt[4]{8}}{2}i}$ 0.25

$\cos(180-30) = -\cos 30^\circ$; $\text{sen}(180-30) = \text{sen}\,30^\circ$

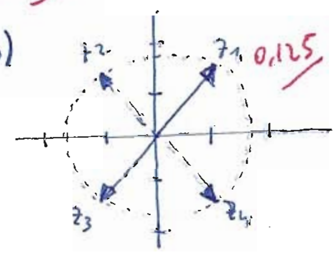
$k=2 \rightarrow z_3 = \boxed{(\sqrt[4]{8})_{240^\circ}} = \sqrt[4]{8}(\cos 240^\circ + i\,\text{sen}\,240^\circ) = \sqrt[4]{8}\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \boxed{-\frac{\sqrt[4]{8}}{2} - \frac{\sqrt[4]{72}}{2}i}$ 0.25

$\cos(180+60) = -\cos 60^\circ$; $\text{sen}(180+60) = -\text{sen}\,60^\circ$

$k=3 \rightarrow z_4 = \boxed{(\sqrt[4]{8})_{330^\circ}} = \sqrt[4]{8}(\cos 330^\circ + i\,\text{sen}\,330^\circ) = \sqrt[4]{8}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right) = \boxed{\frac{\sqrt[4]{72}}{2} - \frac{\sqrt[4]{8}}{2}i}$ 0.25

$\cos(-30^\circ) = \cos 30^\circ$; $\text{sen}(-30^\circ) = -\text{sen}\,30^\circ$

b)



0,125