I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	PARCIAL 3ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	1º BACH. A+B CURSO 2009-2010	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

Nombre: SOLUCIONES **Grupo de:** 18 ☐ 20 ☐

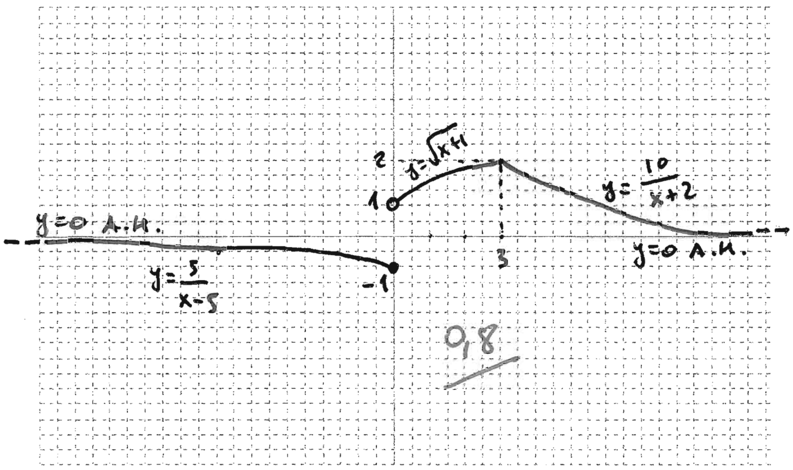
1. Dada la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{5}{x-5} & \text{si} \quad x\le 0\\ \sqrt{x+1} & \text{si} \quad 0<x\le 3\\ \dfrac{10}{x+2} & \text{si} \quad x>3\end{cases}$ se pide: *(2,5 puntos)*

a) Gráfica.

x	$-\infty \ldots\ldots -95 \ldots$	-5	-4	-3	-2	-1	0
$y=\frac{5}{x-5}$	$0^- \ldots\ldots -0{,}05 \ldots$	$-0{,}5$	$-0{,}\hat{5}$	$-0{,}625$	$-0{,}71$	$-0{,}8\hat{3}$	-1

x	0	1	2	3
$y=\sqrt{x+1}$	1	$1{,}41$	$1{,}73$	2

x	3	4	5	6	7	$\ldots\ldots 98 \ldots \infty$
$y=\frac{10}{x+2}$	2	$1{,}\hat{6}$	$1{,}43$	$1{,}25$	$1{,}11$	$\ldots\ldots 0{,}1 \ldots 0^+$



b) Dom(f) e Im(f)

0.1 $\boxed{Dom(f)=\mathbb{R}}$ $\boxed{Im(f)=[-1,0)\cup(0,2]}=[-1,2]-\{0\}$ 0.1

c) Intervalos de crecimiento. Posibles M y m.

$\boxed{\left.\begin{array}{l} f(x) \searrow \forall x\in(-\infty,0)\cup(3,\infty) \\ f(x)\nearrow \forall x\in(0,3) \quad 0.1 \end{array}\right\} \quad M(3,2) \quad 0.1}$

d) Continuidad.

$\boxed{f(x) \text{ continua } \forall x\in\mathbb{R}-\{0\}}$ 0.1

TOTAL: $\boxed{2{,}5}$

e) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\nexists \lim\limits_{x\to 0} f(x)}$ 0.2

$\lim\limits_{x\to 3} f(x) = \left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = 2 \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = 2\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 2}$ 0.2

$\boxed{\lim_{x\to -\infty} f(x) = 0}$ 0.1

$\boxed{\lim_{x\to \infty} f(x) = 0}$ 0.1

f) Ecuación de las posibles asíntotas.

$\boxed{y=0 \text{ A.H.}}$ 0.1

g) Hallar la antiimagen de y=3/2

$y=\frac{3}{2} \xrightarrow{2.^{\circ} \text{ rama}} \sqrt{x+1}=\frac{3}{2};\ x+1=\frac{9}{4};\ \boxed{x=\frac{9}{4}-1=\frac{5}{4}}$ 0.25

$\downarrow$ 3.ª rama

$\frac{10}{x+2}=\frac{3}{2};\ 20=3x+6;\ 14=3x;\ \boxed{x=14/3}$ 0.25

2. a) Calcular: $\log\frac{\sqrt[3]{100}}{10} = \log\sqrt[3]{100}-\log 10 = \frac{1}{3}\cancel{\log 100}^{2} - \cancel{\log 10}^{1} = \frac{2}{3}-1 = \boxed{-\frac{1}{3}}$ *(2 puntos)*

0,5

b) Calcular: $\ln\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}} = \ln 1 - \ln\sqrt[3]{e^2} = \ln 1 - \frac{1}{3}\ln e^2 = \cancel{\ln 1}^{0} - \frac{1}{3}\cdot 2\cancel{\ln e}^{1} = \boxed{-\frac{2}{3}}$ 0.5

TOTAL: $\boxed{2}$
(0,5 cada apdo.)

c) Expresar log 0,27 en función de log 3

$\log 0{,}27 = \log\frac{27}{100} = \log 27 - \log 100 = \log 3^3 - \log 100 = 3\log 3 - \cancel{\log 100}^{2} =$

$= \boxed{-2+3\log 3}$ 0.5

d) Expresar $\ln\sqrt{2e}$ en función de ln 2

$$\ln\sqrt{2e} = \frac{1}{2}\ln(2e) = \frac{1}{2}(\ln 2 + \ln e) = \boxed{\frac{1+\ln 2}{2}} \quad 0.5$$

3. Resolver: *(2,25 puntos)*

a) $2^{x-1}\cdot 3^{1-x} = 5^{2x-2}$

$$\log\left(2^{x-1}\cdot 3^{1-x}\right) = \log 5^{2x-2}$$

$$\log 2^{x-1} + \log 3^{1-x} = \log 5^{2x-2}$$

$$(x-1)\log 2 + (1-x)\log 3 = (2x-2)\log 5$$

$$x\log 2 - \log 2 + \log 3 - x\log 3 = 2x\log 5 - 2\log 5$$

$$\log 3 - \log 2 + 2\log 5 = 2x\log 5 - x\log 2 + x\log 3$$

$$\log 3 - \log 2 + 2\log 5 = x(2\log 5 - \log 2 + \log 3) \quad 0.25 \Rightarrow \boxed{x = \frac{2\log 5 - \log 2 + \log 3}{\log 3 - \log 2 + 2\log 5} = 1} \quad 0.25 \quad 0.25$$

b) $4^x - 2\cdot 2^{x-1} = 6$

$$(2^2)^x - \cancel{2}\cdot\frac{2^x}{\cancel{2}} = 6$$

$$(2^x)^2 - 2^x - 6 = 0 \xrightarrow[2^x = t]{\text{CAMBIO DE VARIABLE}} t^2 - t - 6 = 0 \quad 0.25$$

$t = 3 = 2^x \Rightarrow \log 3 = \log 2^x$

$\log 3 = x\cdot\log 2$

$\boxed{x = \frac{\log 3}{\log 2} \simeq 1,5850}$ 0.25

$t = -2 = 2^x$ $\nexists$ solución. 0.25

TOTAL: $\boxed{2,25}$

(0,75 cada apdo.)

c) $\log(x+11) - 2\log x = 1$

$$\log(x+11) - 2\log x = \log 10$$

$$\log(x+11) - \log x^2 = \log 10$$

$$\cancel{\log}\frac{x+11}{x^2} = \cancel{\log} 10 \xrightarrow[\text{inyectiva}]{\text{propiedad}} \frac{x+11}{x^2} = 10 \quad 0.25$$

$$10x^2 = x + 11$$

$$10x^2 - x - 11 = 0$$

$$x = \frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot 10\cdot(-11)}}{20} = \frac{1\pm\sqrt{441}}{20} = \frac{1\pm 21}{20}$$

$\boxed{x = \frac{22}{20} = \frac{11}{10}}$ 0.25

$x = \frac{-20}{20} = -1$ desechado pq. conduce a un log con argumento negativo 0.25

4. Calcular: *(1,5 puntos)*

a) $\lim_{x \to 2} \frac{x+2}{x^2-5x+6} = \frac{4}{0} = \begin{cases} \lim_{x\to 2^-} \frac{x+2}{(x-2)(x-3)} = \frac{4}{0^-\cdot(-1)} = \frac{4}{0^+} = \infty \\ \lim_{x\to 2^+} \frac{x+2}{(x-2)(x-3)} = \frac{4}{0^+\cdot(-1)} = \frac{4}{0^-} = -\infty \end{cases} \Rightarrow \boxed{\lim_{x\to 2} f(x) = \pm\infty}$

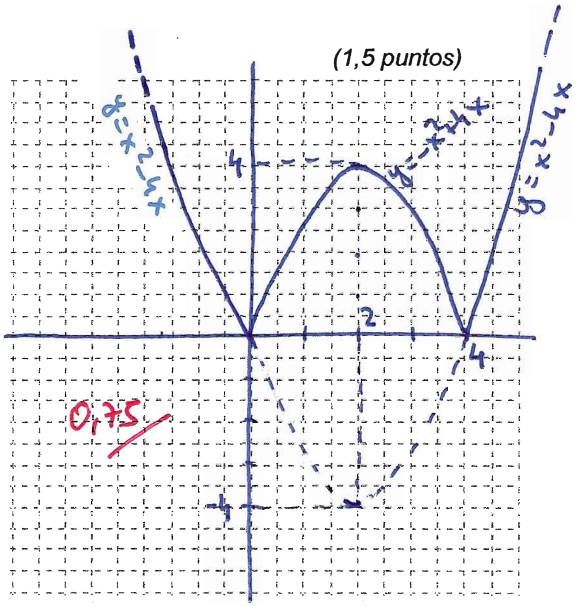
raíces 2 y 3

0.25 0.25 0.5

TOTAL: $\boxed{1,5}$ (1+0,5)

b) $\lim_{x \to -2} \frac{x+2}{x^2-5x+6} = \frac{0}{20} = \boxed{0}$ 0,5

5. Representar $f(x) = |x^2-4x|$ y expresarla como función definida a trozos. *(1,5 puntos)*



* Representamos 1º la parábola $y = x^2-4x$:

vértice: $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \longrightarrow y_v = 4-8 = -4 \rightarrow V(2,-4)$

corte eje x: $y=0 \rightarrow x^2-4x=0$
$x(x-4)=0 \begin{cases} x=0 \rightarrow (0,0) \\ x=4 \rightarrow (4,0) \end{cases}$

0,75

* Para hacer el val. abs. de la parábola dejamos inalteradas las ramas positivas y reflejamos el casquete negativo. Precisamente el hecho de reflejar el casquete negativo significa cambiar de signo la parábola:

$$\boxed{f(x) = |x^2-4x| = \begin{cases} x^2-4x & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2+4x & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ x^2-4x & \text{si } x > 4 \end{cases}}$$

0,75

TOTAL: $\boxed{1,5}$

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
ORDEN PLANTEAMIENTO Y LIMPIEZA : 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10

TOTAL: $\boxed{0,25}$

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.