

ÁNGULOS Y DISTANCIAS

32 EJERCICIOS

Problemas de ángulos:

- Hallar el ángulo que forman las rectas $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = z-3$ y $s: x = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+5}{-1}$ (Soluc: 60°)
- Determinar m para que las rectas $r: x-1 = \frac{y+1}{2} = z$ y $s: \frac{x+2}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z+7}{m}$ sean perpendiculares. (Soluc: $m=-1$)
- Hallar el ángulo que forman los planos $x+2y-z=3$ y $2x-y+3z=0$ (Soluc: 71°)
- Dados los planos $3x-2y+5z-2=0$ y $kx+7y+z=0$, hallar el valor de k para que sean perpendiculares. (Soluc: $k=3$)
- Hallar el ángulo formado por el plano $\pi: x+2y-z-3=0$ y la recta $r: \frac{x-1}{2} = y-2 = z+1$ (Soluc: 30°)
- (S) Hallar el ángulo formado por el plano $\pi: 2x+3z=0$ y la recta $r: \left. \begin{array}{l} x-2y+3z=0 \\ 2x+9y+8=0 \end{array} \right\}$ (Soluc: 8°)
- (S) Hallar el ángulo formado por la recta $r: \left. \begin{array}{l} 3x+y-z=0 \\ x-2y+z=0 \end{array} \right\}$ y el plano $\pi: 2x+3y-2z+5=0$ (Soluc: 0°)

d(P, π):

- Hallar la distancia del punto $A(1,2,5)$ al plano $\pi: 2x+2y-z-5=0$ (Soluc: $4/3$)
- Hallar la distancia del plano $\pi: 2x+y-z-3=0$ al plano $\pi': 4x+2y-2z-7=0$ (Soluc: $\sqrt{6}/12$)
- (S) Demostrar que el punto $A(-1,1,0)$ no es coplanario con los puntos $B(0,0,0)$, $C(0,1,0)$ y $D(1,2,1)$ y hallar la mínima distancia del punto A al plano determinado por B , C y D . (Soluc: $\sqrt{2}/2$)
- (S) Dadas las rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$ y $s: \frac{x}{-3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$
 - Hallar la ecuación general del plano π que contiene a r y es paralelo a s . (Soluc: $9x-y+15z-8=0$)
 - Determinar la distancia de s al plano π . (Soluc: $25/\sqrt{307}$)
- (S) Calcular el valor de c para que la recta $r: \left. \begin{array}{l} 3x-2y+z+3=0 \\ 4x-3y+4z+1=0 \end{array} \right\}$ sea paralela al plano $\pi: 2x-y+cz-2=0$
 Para el valor de c obtenido, calcular la distancia entre r y π . (Soluc: $c=-2; 7/3$)
- (S) Dado el plano $\pi: 2x-2y+z-3=0$, hallar un punto P de la recta $r: \left. \begin{array}{l} x=3+t \\ y=-2-3t \\ z=-1+t \end{array} \right\}$ de manera que la distancia de P al plano π sea 1. (Soluc: hay dos soluciones: $P(8/3, -1, -4/3)$ y $P'(2, 1, -2)$)

25. (S) Se consideran las rectas $r: \begin{cases} x-2=0 \\ y+3=0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x-2z=1 \\ y+z=3 \end{cases}$ Se pide:
- Estudiar la posición relativa de r y s (Soluc: se cruzan)
 - Hallar la mínima distancia entre ambas (Soluc: $11\sqrt{5}/5$)
26. (S) Dadas las rectas $r: \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{4} = z-2$ y $s: \begin{cases} x=-1-t \\ y=3+t \\ z=1+t \end{cases}$ hallar las ecuaciones de la recta que las corta perpendicularmente
- (Soluc: $\begin{cases} x+y-2=0 \\ 3x-y-2z-4=0 \end{cases}$)
27. (S) Dadas las rectas $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{4}$ y $s: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{3}$
- Estudiar su posición relativa en el espacio. (Soluc: se cruzan)
 - Hallar la distancia entre ellas. (Soluc: $51/\sqrt{237}$)
28. (S) Dadas las rectas $r: \frac{x-4}{2} = y-4 = z$ y $s: \begin{cases} x=-2+3t \\ y=3 \\ z=1+t \end{cases}$
- Comprobar que las dos rectas se cruzan
 - Determinar un punto A de la recta r y un punto B de la recta s de manera que el vector que une A y B sea perpendicular a las rectas r y s . (Soluc: $A(42/11, 43/11, -1/11)$ y $B(32/11, 3, 29/11)$)

Distancia entre dos puntos:

29. (S) Encontrar los puntos situados a distancia cinco del origen y pertenecientes a la recta que pasa por $A(1,2,5)$ y $B(6,5,6)$. (Soluc: $(32/7, 29/7, 40/7)$ y $(0, 7/5, 24/5)$)
30. (S) La distancia del punto $P(1,2,3)$ a otro A del eje de abscisas es 7. Hallar las coordenadas del punto A (Soluc: hay dos soluciones: $A(7,0,0)$ y $A'(-5,0,0)$)
31. (S) Hallar el punto del plano $x+y+z=1$ que equidista de los puntos $A(1,-1,2)$, $B(3,1,2)$, $C(1,1,0)$ (Soluc: $(4,-2,-1)$)
32. (S) Encontrar en la recta que pasa por los puntos $A(-1,0,1)$ y $B(1,2,3)$ un punto tal que su distancia al punto $C(2,-1,1)$ sea de tres unidades. (Soluc: hay dos soluciones: $(0, 1, 2)$ y $(-2/3, 1/3, 4/3)$)