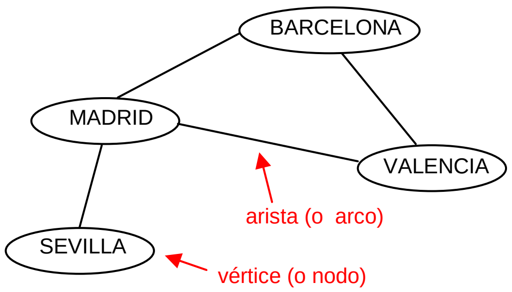
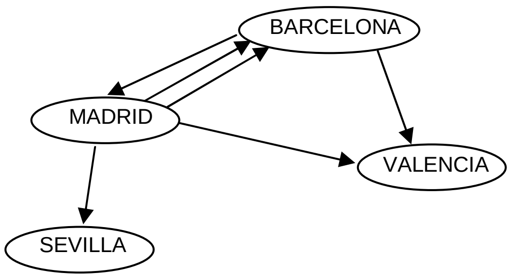
GRAFOS Y MATRICES DE ADYACENCIA. DEFINICIONES

Un **grafo** (del griego *grafein*, trazar) es una forma de representar de una manera cómoda las posibles relaciones entre objetos:



Ejemplo 1: Hipotética red del AVE



Ejemplo 2: Vuelos diarios de una compañía

Tipos de grafos

- **Dirigidos:** El ejemplo 2, o la red de aguas de una ciudad, o un organigrama con una serie de tareas.
- **No dirigidos:** El ejemplo 1, o la red de carreteras de un país, o la red telefónica. (Pueden verse como un caso particular, bidireccional, de los anteriores).

Matriz de adyacencia de un grafo: Es una matriz cuadrada que se utiliza para representar un grafo, de forma que sus filas y columnas representan <u>ordenadamente</u> los vértices del grafo, y cada elemento ij indica el nº de aristas entre el vértice i y el vértice j.

Observaciones: 1ª) Cada grafo tiene una matriz de adyacencia única, y viceversa. (En el caso de un grafo no dirigido, es importante remarcar que el elemento ij de la matriz de adyacencia indica la relación entre el vértice i y el vértice j, ¡y no al revés!).

2ª) Se denomina matriz de adyacencia, obviamente, porque indica cómo es la relación entre vértices adyacentes.

Veamos cómo son las matrices de adyacencia de los ejemplos anteriores:

Ejemplo 1:

Previamente, ordenamos alfabéticamente las distintas ciudades para situarlas en las filas y columnas:

$$\begin{array}{c} \\ B \\ M \\ S \\ V \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} B & M & S & V \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Ejemplo 2:

$$\begin{array}{c} \\ B \\ M \\ S \\ V \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} B & M & S & V \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Observaciones: 1ª) Obviamente, la matriz de adyacencia de un grafo no dirigido siempre es simétrica.

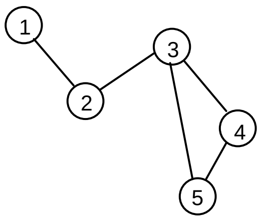
2ª) Algunos autores sólo consideran matrices de adyacencia binarias, es decir, compuestas de 0 y 1, por lo que sus elementos sólo indican si hay relación (1) o no (0) entre vértices.

3ª) La diagonal no siempre va a estar compuesta por 0: ¡Puede haber bucles!.

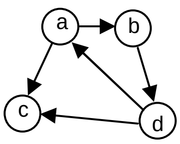
Ejercicios:

1. Dados los siguientes grafos, indicar de qué tipo se tratan y obtener su matriz de adyacencia:

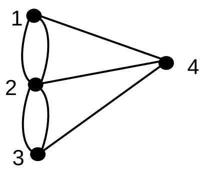
a)



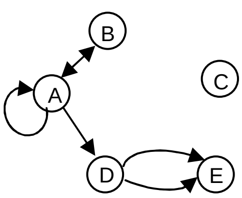
b)



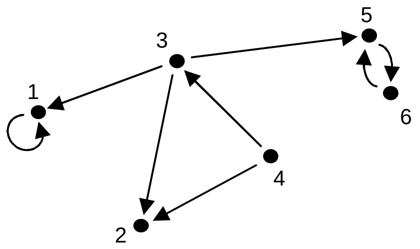
c)



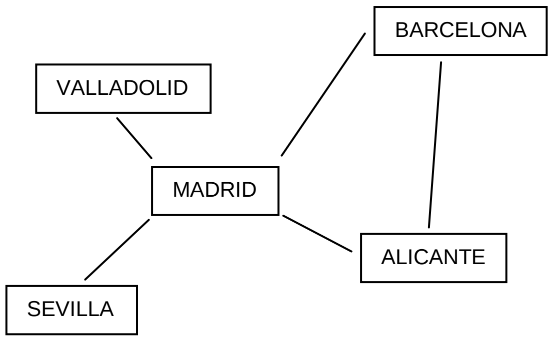
d)



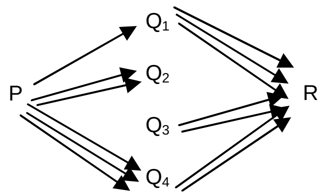
e)



f)



g)



2. Dadas las siguientes matrices de adyacencia, dibujar los grafos que representan, e indicar de qué tipo se tratan:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Los distintos vuelos de una compañía a aeropuertos de 4 países A, B, C y D vienen definidos por la siguiente matriz de adyacencia:

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Dibujar el grafo correspondiente.