

PROBABILIDAD

EJERCICIOS

En los siguientes ejercicios se recomienda:

- Considerar previamente, cuando proceda, el espacio muestral.
- Utilizar siempre el lenguaje de sucesos convenientemente.
- Siempre que proceda, dar los resultados en forma de fracción (no es necesario pasarlos a forma decimal).

■ Probabilidad elemental:

1. Una bolsa contiene 12 bolas verdes y 4 rojas, y otra bolsa contiene 20 bolas verdes y 10 rojas. ¿En qué bolsa es más probable extraer una bola verde? (Soluc: en la 1ª bolsa)
2. En una bolsa se introducen 4 bolas azules, 4 rojas y 2 verdes. Se agita la bolsa y seguidamente se extraen tres bolas, de las que dos son rojas y una azul. A continuación, se extrae otra bola. ¿Qué color es el que tiene mayor probabilidad de ser elegido? (Sol: el azul)
3. Una urna contiene 8 bolas rojas, 5 amarillas y 7 verdes. Se extrae una al azar. Determinar la probabilidad de que: **a)** Sea roja o verde. **b)** No sea roja. (Sol: 3/4; 3/5)
4. Se extrae al azar una carta de una baraja española. Hallar la probabilidad de que salga:
a) Un as o una copa. (Sol: 13/40)
b) Una figura o una copa. (Sol: 19/40)
5. Considerar el experimento aleatorio consistente en extraer una bola de una urna que contiene 20 bolas numeradas del 1 al 20.
a) Indicar los sucesos elementales que componen el suceso $A = \text{"extraer n}^\circ \text{ impar"}$. Hallar la probabilidad de dicho suceso. (Soluc: 1/2)
b) Ídem para el suceso $B = \text{"extraer n}^\circ \text{ primo"}$. (NOTA: Considerar el 1 primo) (Soluc: 9/20)
c) Ídem para el suceso "extraer n° impar y primo". ¿Cómo es este suceso respecto a A y B? (Soluc: 2/5)
d) Sea el suceso "extraer n° impar o primo". Utilizando la fórmula adecuada y lo obtenido en los apartados anteriores (¡no mediante la regla de Laplace!), calcular la probabilidad de dicho suceso, razonando el porqué de la fórmula utilizada. (Soluc: 11/20)
6. En el experimento aleatorio consistente en lanzar una moneda 4 veces, se pide:
a) Formar el espacio muestral E (se recomienda utilizar un árbol). ¿De cuántos elementos consta? (Soluc: 16 elementos)
b) Hallar la probabilidad de obtener exactamente una cara. Hallar también la probabilidad de obtener justo dos caras. Con los dos resultados anteriores, y utilizando la fórmula adecuada (¡no mediante la regla de Laplace!), hallar la probabilidad de obtener una o dos caras. Razonar qué fórmula se ha utilizado. (Soluc: 1/4, 3/8, 5/8)
c) Hallar la probabilidad de obtener siempre cruz. (Soluc: 1/16)
d) Hallar, utilizando la fórmula de la probabilidad del suceso contrario (¡no mediante la regla de Laplace!), la probabilidad de obtener al menos una cara. (Soluc: 15/16)
7. Se lanzan al aire tres monedas. Determinar la probabilidad de que se obtenga al menos dos cruces. (Sol: 1/2)
8. Considerar el experimento aleatorio consistente en extraer una carta de una baraja española.
a) Describir su espacio muestral E. ¿Cuántos sucesos elementales lo componen? (Soluc: 40)

- b) Sea el suceso A ="extraer un oro". Definirlo y hallar su probabilidad. (Soluc: 1/4)
- c) Ídem para el suceso B ="extraer una figura". (Soluc: 3/10)
- d) Utilizando el resultado anterior y la fórmula adecuada (¡no mediante la regla de Laplace!), calcular la probabilidad de no extraer una figura. (Soluc: 7/10)
- e) Definir el suceso "extraer una figura y que sea además oro"; hallar su probabilidad. ¿Cómo es este suceso respecto a A y B ? (Soluc: 3/40)
- f) Sea el suceso "extraer figura u oro". Utilizando la fórmula adecuada y lo obtenido en los apartados anteriores (¡no mediante la regla de Laplace!), calcular la probabilidad de dicho suceso, razonando el procedimiento utilizado. (Soluc: 19/40)
9. Se lanzan dos dados y se suma la puntuación obtenida. Se pide:
- a) Indicar el espacio muestral. ¿Cuántos casos posibles hay? (Soluc: 36)
- b) Hallar la probabilidad de obtener exactamente un 4 (Soluc: 1/12)
- c) Hallar la probabilidad de obtener puntuación ≤ 4 (Soluc: 1/6)
- d) Hallar la probabilidad de no sacar un 12 (Soluc: 35/36)
- e) Hallar la probabilidad de sacar un 4 o un 12 (Soluc: 1/9)
- f) ¿Cuál es el número más probable de obtener? ¿Y el menos?
10. Se lanzan dos dados. Considerar los siguientes sucesos:
- A ="la suma de puntos es 5"
 B ="en uno de los dados ha salido 4"
 C ="en los dos dados salió el mismo resultado"
- Se pide:
- a) $P(A)$, $P(B)$ y $P(C)$ (Soluc: 1/9; 1/3; 1/6)
- b) $P(A \cap B)$ (Soluc: 1/18)
- c) $P(A \cup B)$, por conteo directo y mediante fórmula. (Soluc: 7/18)
- d) $P(A \cap C)$; ¿Cómo son ambo sucesos? (Soluc: 0; incompatibles)
- e) $P(A \cup C)$, por conteo directo y mediante fórmula. (Soluc: 5/18)
- f) $P(B \cap C)$ (Soluc: 1/36)
- g) $P(B \cup C)$, por conteo directo y mediante fórmula. (Soluc: 17/36)
11. Se lanzan tres dados al aire. Calcular la probabilidad de que se obtenga:
- a) 3 seises (Soluc: 1/216)
- b) Una suma de puntos total igual a 8 (Soluc: 7/72)
12. En un juego tenemos que elegir una tarjeta de cada una de las dos cajas que hay sobre la mesa. En una de ellas hay tres tarjetas con las letras S, S, N, y en la otra tres con las letras O, O, I ¿Cuál es la probabilidad de formar Sí? ¿Y la palabra NO? ¿Cuál es la probabilidad de no formar ninguna de estas dos palabras? (Soluc: 2/9; 2/9; 5/9)
13. Hallar la probabilidad de que la suma de los puntos de las caras visibles de un dado que se lanzó al azar sea múltiplo de 5. (Soluc: 1/3)
14. Supongamos una moneda trucada en la que la probabilidad de obtener cara es triple que la de cruz. Hallar la probabilidad de obtener cara y la de obtener cruz. (Soluc: 3/4 y 1/4)
15. Se ha trucado un dado de tal forma que la probabilidad de obtener número par es doble que impar. Hallar:
- a) Probabilidad de obtener un número par, y probabilidad de obtener impar. (Soluc: 2/3 y 1/3)
- b) Probabilidad de cada suceso elemental. (Soluc: 1/9 cualquier número impar y 2/9 cualquier par)
- c) Probabilidad de obtener puntuación ≤ 3 (Soluc: 4/9)

■ **Probabilidad de la \cap de sucesos independientes:**

16. Hallar la probabilidad de obtener dos ases al extraer dos cartas de una baraja, si una vez extraída la primera se devuelve al mazo. (Soluc: 1/100)
17. Después de tirar muchas veces un modelo de chincheta, sabemos que la probabilidad de que una cualquiera caiga con la punta hacia arriba es 0,38. Si tiramos dos chinchetas, ¿cuál será la probabilidad de que las dos caigan de distinta forma?
18. En una población la probabilidad de nacer varón es de 0,46. De una familia con tres hijos, calcular la probabilidad de que (se recomienda hacer un árbol):
- Los tres sean varones
 - Ninguno sea varón.
 - Al menos haya un varón.
 - Al menos haya una mujer.
19. Sean A, B y C tres sucesos independientes tales que $P(A)=0,2$, $P(B)=0,8$ y $P(C)=0,7$. Hallar la probabilidad de los sucesos siguientes: $A \cup B$, $A \cup C$.
20. En una clase hay 17 chicos y 18 chicas. Elegimos al azar dos alumnos/as de esa clase. Calcular la probabilidad de que (se recomienda hacer un árbol):
- Los dos sean chicos
 - Sean dos chicas
 - Sean un chico y una chica



■ **Probabilidad condicionada y total:**

21. Repetir el ejercicio 16 suponiendo ahora que la primera carta extraída no se devuelve al mazo.
22. En un centro escolar hay 1000 alumnos/as repartidos como indica la tabla adjunta. Se elige al azar uno de ellos. Hallar la probabilidad de que:
- Sea chico
 - Sea chica
 - Use gafas
 - No use gafas
 - Sea una chica con gafas

	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	147	135
NO USAN GAFAS	368	350

23. En una empresa hay 200 empleados, la mitad de cada sexo. Los fumadores son 40 hombres y 35 mujeres. Si elegimos un empleado/a al azar, calcular la probabilidad de que sea hombre y no fume (Se recomienda hacer una tabla de contingencia como la del ejercicio anterior). Si sabemos que el elegido/a no fuma, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
24. Javier tiene en su bolsillo 4 monedas de cinco céntimos, 3 de 20 céntimos y 2 de 50 céntimos. Saca dos monedas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos (se recomienda hacer un árbol):
- Que las dos sean de 5 céntimos. (Soluc: 1/6)
 - Que ninguna sea de 50 céntimos. (Soluc: 35/36)
 - Que sumen 70 céntimos. (Soluc: 1/6)
25. En una bolsa hay 4 bolas, dos de ellas marcadas con un 1 y las otras dos con un 2. Se hacen tres extracciones. Calcular la probabilidad de que el número formado por las tres bolas, y en el orden de extracción, sea el 121, suponiendo que:

- a) La bola se reintegra a la bolsa. (Soluc: $1/8$)
- b) La bola no se devuelve a la bolsa. (Soluc: $1/6$)
26. Un jugador de baloncesto suele acertar el 75 % de los tiros libres. Supongamos que si acierta el primer tiro, puede tirar de nuevo. Calcular la probabilidad de que haga dos puntos, de que haga un punto, y de que no anote ningún punto.