# TEMA 1: NÚMEROS REALES  EJERCICIOS

☞ *Ejercicios libro: pág. 8: 1; pág. 22: 27 (expresar fracciones como decimales y clasificarlos)*

**1.** Ordenar de menor a mayor los siguientes números, pasándolos previamente a común denominador:

**a)** $\frac{1}{2}\quad \frac{3}{4}\quad \frac{5}{6}$  **b)** $\frac{1}{2}\quad \frac{3}{5}\quad \frac{7}{15}$  **c)** $\frac{1}{5}\quad \frac{3}{4}\quad -\frac{2}{7}\quad \frac{9}{8}\quad \frac{6}{5}\quad \frac{5}{6}$

**2.** **a)** Representar en la recta real los siguientes números racionales:

$$\frac{2}{3}\quad \frac{7}{6}\quad \frac{16}{3}\quad -\frac{5}{7}\quad -\frac{18}{5}\quad 3\quad \frac{5}{4}\quad -\frac{9}{2}$$

**b)** A la vista de lo anterior, ordenarlos de menor a mayor.

**c)** Utilizar la calculadora para comprobar el resultado anterior.

**d)** Construir $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$ y $\sqrt{10}$ sobre la recta real, utilizando regla y compás, y aplicando el teorema de Pitágoras (se recomienda utilizar, también, papel milimetrado), y comprobar el resultado con la calculadora.

☞ *Ejercicios libro: **pág. 10: 6; pág. 22: 36** (representar raíces)*

**3.** Hallar una fracción comprendida entre las dos siguientes. Comprobar el resultado con la calculadora:

**a)** $\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{3}$  **b)** $\frac{3}{2}$ y $\frac{5}{3}$  **c)** $\frac{5}{4}$ y $\frac{4}{3}$  **d)** $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$  **e)** $\frac{5}{3}$ y $\frac{7}{4}$

***RECORDAR*:**

**REGLA PRÁCTICA PARA AVERIGUAR SI UNA FRACCIÓN <u>IRREDUCIBLE</u> CONDUCE A UN DECIMAL EXACTO O PERIÓDICO** (sin necesidad de efectuar la división): " Si los únicos divisores primos del denominador de una fracción **irreducible** de n$^{os}$ enteros son el 2 y/o el 5, entonces su expresión decimal será necesariamente exacta; en caso contrario, será periódica"

**4.** Utilizando la regla anterior, indicar si las siguientes fracciones conducen a un decimal exacto o periódico. Comprobar el resultado haciendo la división directamente (¡sin usar la calculadora!):

**a)** $\frac{1}{2}\quad \frac{3}{20}\quad \frac{7}{50}\quad \frac{23}{12}\quad \frac{1}{7}\quad \frac{1}{21}\quad \frac{3}{12}\quad \frac{23}{18}\quad \frac{1}{18}\quad \frac{7}{35}\quad \frac{16}{9}$  *(Soluc: E, E, E, P, P, P, E, P, P, E, P)*

**b)** $\frac{3}{4}\quad \frac{7}{5}\quad \frac{23}{20}\quad \frac{13}{25}\quad \frac{2}{3}\quad \frac{3}{7}\quad \frac{23}{9}\quad \frac{132}{21}\quad \frac{7}{6}$  *(Soluc: E, E, E, E, P, P, P, P, P)*

**5.** Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales. Comprobar el resultado con la calculadora:

**a)** $0,25$ *(Soluc: 1/4)*

**b)** $0,\widehat{6}$ *(Soluc: 2/3)*

**c)** $0,2\widehat{3}$ *(Soluc: 7/30)*

**d)** $0,12$ *(Soluc: 3/25)*

**e)** $0,1\widehat{2}$ *(Soluc: 11/90)*

**f)** $0,12\widehat{35}$ *(Soluc: 1223/9900)*

**g)** $1,125$ *(Soluc: 9/8)*

**h)** $0,\widehat{126}$ *(Soluc: 14/111)*

**i)** $0,34\widehat{5}$ *(Soluc: 311/900)*

**j)** $1,1\widehat{8}$ *(Soluc: 107/90)*

**k)** $1,2\widehat{3}$ *(Soluc: 37/30)*

**l)** $25,372$ *(Soluc: 6343/250)*

**m)** $12,\overset{\frown}{20}$ *(Soluc: 1208/99)*

**n)** $5,13\overset{\frown}{5}$ *(Soluc: 2311/450)*

**o)** $12,13\overset{\frown}{40}$ *(Soluc: 120127/9900)*

**p)** $24,12\overset{\frown}{1}$ *(Soluc: 21709/900)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 8: 2; pág. 22: 28*** *(hallar la fracción generatriz)*

**6.** Razonar por qué no cabe considerar el período 9, es decir, no tiene sentido indicar $0,\overset{\frown}{9}$ o $0,0\overset{\frown}{9}$

**7.** Realizar las siguientes operaciones de dos formas distintas, y comprobar que se obtiene idéntico resultado:

**1º** Operando directamente en forma decimal (a partir del **i**, utilizar la calculadora)

**2º** Pasando previamente a fracción generatriz y operando a continuación las fracciones resultantes.

**a)** $0,\overset{\frown}{3}+0,\overset{\frown}{6}=$ *(Soluc: 1)*

**b)** $0,3-0,\overset{\frown}{15}=$ *(Soluc: 49/330=*$0,1\overset{\frown}{48}$*)*

**c)** $3,4\overset{\frown}{1}+2,37\overset{\frown}{8}=$ *(Soluc: 5,79)*

**d)** $0,\overset{\frown}{4}\cdot 0,1=$ *(Soluc: 2/45=*$0,0\overset{\frown}{4}$*)*

**e)** $3,\overset{\frown}{1}+2,0\overset{\frown}{3}=$ *(Soluc: 463/90=*$5,1\overset{\frown}{4}$*)*

**f)** $0,\overset{\frown}{3}+0,1\overset{\frown}{6}=$ *(Soluc: 1/2=0,5)*

**g)** $4\cdot 2,\overset{\frown}{5}=$ *(Soluc: 92/9=*$10,\overset{\frown}{2}$*)*

**h)** $4,\overset{\frown}{89}-3,\overset{\frown}{78}=$ *(Soluc: 10/9=*$1,\overset{\frown}{1}$*)*

**i)** $8-2,\overset{\frown}{7}=$ *(Soluc: 47/9=*$5,\overset{\frown}{2}$*)*

**j)** $4,5\cdot 0,0\overset{\frown}{2}+0,\overset{\frown}{4}=$ *(Soluc: 49/90=*$0,5\overset{\frown}{4}$*)*

**k)** $0,\overset{\frown}{6}:0,0\overset{\frown}{5}+0,25=$ *(Soluc: 43/4=12,25)*

**l)** $1,25-1,1\overset{\frown}{6}+1,\overset{\frown}{1}=$ *(Soluc: 43/36=*$1,19\overset{\frown}{4}$*)*

**m)** $2,\overset{\frown}{7}\cdot 1,8+2,\overset{\frown}{26}:0,1\overset{\frown}{13}=$ *(Soluc: 25)*

**n)** $1,9\overset{\frown}{2}+0,25(0,2\overset{\frown}{5}+0,\overset{\frown}{5})=$ *(Soluc: 17/8=2,125)*

**o)** $\sqrt{2,\overset{\frown}{7}}=$ *(Soluc: 5/3=*$1,\overset{\frown}{6}$*)*

**p)** $0,8\overset{\frown}{3}-0,8:0,\overset{\frown}{6}=$ *(Soluc: -11/30=*$-0,3\overset{\frown}{6}$*)*

**q)** $4,08\overset{\frown}{3}\cdot 11,\overset{\frown}{1}-0,1\overset{\frown}{5}:0,3=$ *(Soluc: 1211/27=*$44,\overset{\frown}{851}$*)*

**r)** $0,\overset{\frown}{6}+1,3\overset{\frown}{8}\cdot 0,72=$ *(Soluc: 5/3=*$1,\overset{\frown}{6}$*)*

**s)** $0,\overset{\frown}{5}-0,15+1,2\overset{\frown}{3}$ *(Soluc: 59/36=*$1,63\overset{\frown}{8}$*)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 22: 32***

**8.** Separar los siguientes números en racionales o irracionales, indicando, de la forma más conveniente en cada caso, el porqué:

$$\frac{1}{8} \quad \frac{\pi}{3} \quad \sqrt{5} \quad 2,6 \quad 0 \quad -3 \quad -\frac{25}{3} \quad \sqrt{13} \quad 0,1 \quad 6,\overset{\frown}{4} \quad 534 \quad 1,414213...$$

*(Soluc: Q; I; I; Q; Q; Q; Q; I; Q; Q; Q; I)*

**9.** Indicar cuál es el menor conjunto numérico al que pertenecen los siguientes números (IN, Z, Q o I); en caso de ser Q o I, razonar el porqué:

$$\frac{\pi}{2} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{4} \quad 0,0015 \quad -10 \quad \frac{5}{6} \quad 2,\overset{\frown}{3} \quad 2,020020002...$$

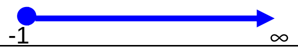
**10.** Señalar cuáles de los siguientes números son racionales o irracionales, indicando el porqué:

**a)** 3,629629629....
**b)** 0,128129130...
**c)** 5,216968888...
**d)** 0,123456789...
**e)** 7,129292929...
**f)** 4,101001000...
**g)** 0,130129128...

*(Soluc: Q; I; Q; I; Q; I; Q)*

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 9: 5; pág. 22: 33***

**11.** Rellenar la siguiente tabla (véase el primer ejemplo):

| | REPRES. GRÁFICA | INTERVALO | DEF. MATEMÁTICA |
|---|---|---|---|
| 1 |   | [-1,3] | {x∈IR/ -1≤x≤3} |
| 2 |   | | |
| 3 |   | | |
| 4 | | [-2,1) | |
| 5 | | | {x∈IR/ 1<x≤5} |
| 6 |   | | |
| 7 | | | {x∈IR/ x<2} |
| 8 | | (0,∞) | |
| 9 |   | | |
| 10 | | (-1,5) | |
| 11 | | | {x∈R/ x≤0} |
| 12 | | [2/3,∞) | |
| 13 | | | {x∈IR/ -2<x≤2} |
| 14 | | | {x∈IR/ \|x\|<3} |
| 15 | | | {x∈IR/ \|x\|≥3} |
| 16 |   | | |
| 17 | | [-1,1] | |
| 18 | | | {x∈IR/ x<-1} |
| 19 |   | | |
| 20 | | (-∞,-2)U(2,∞) | |
| 21 | | (-∞,2)U(2,∞) | |
| 22 | | | {x∈IR/ \|x\|≤5} |

| | REPRES. GRÁFICA | INTERVALO | DEF. MATEMÁTICA |
|---|---|---|---|
| 23 | | [-2,2] | |
| 24 |  | | |

☞ *Ejercicios libro: pág. 11: 7 y **8**; pág. 22: 38, **39, 40** (se da la def. matemática); **43** (se da la repres. gráfica); **44** (se da el intervalo)*

**12.** ¿Verdadero o falso? Razonar la respuesta:

**a)** Todo número real es racional.

**b)** Todo número natural es entero.

**c)** Todo número entero es racional.

**d)** Siempre que multiplicamos dos números racionales obtenemos otro racional.

**e)** Siempre que multiplicamos dos números irracionales obtenemos otro irracional.

**f)** Entre dos números reales existe siempre un racional.

**g)** " " " " " " " irracional.

**13.** Hallar la U e ∩ de los siguientes intervalos, dibujándolos previamente:

**a)** A=[-2,5) B=(1,7)
**b)** C=(-1,3] D=(1,6]
**c)** E=(0,3] F=(2,∞)
**d)** G=(-∞,0] H=(-3,∞)
**e)** I=[-5,-1) J=(2,7/2]
**f)** K=(-∞,0) L=[0,∞)
**g)** M=(2,5) N=(5,9]
**h)** O=[-3,-1) P=(2,7]
**i)** Q=(-3,7) R=(2,4]
**j)** S=[-3,2) T=(0,∞) U=[1,4]

¿Serías capaz de hacer la U e ∩ sin dibujar previamente los intervalos?

**14.** ¿Qué otro nombre recibe el intervalo [0,∞)? ¿Y (-∞,0]?

**15.** ¿A qué equivale $IR^+ \cup IR^-$ ? ¿Y $IR^+ \cap IR^-$ ?

**ERRORES**:

**16.** Completar la siguiente tabla (Sígase en el primer ejemplo). ¿Cuál es, de todas ellas, la mejor aproximación de $\pi$?

| | Aproximación de $\pi$ | Aproximación decimal (a la cienmillonésima) | Error absoluto $\varepsilon_a$ | Error relativo $\varepsilon_r$ |
|---|---|---|---|---|
| Antiguo Egipto (>1800 a.C.) | $\left(\frac{4}{3}\right)^4$ | 3,16049383 | 0,018901… | 0,006016… |
| Arquímedes (s. III a.C.) | $\frac{22}{7}$ | | | |
| Ptolomeo (s. II d.C.) | $\frac{377}{120}$ | | | |
| China (s. V d.C.) | $\frac{355}{113}$ | | | |

¿Algún día se podrá encontrar una fracción de enteros **exactamente** igual a $\pi$?

☞ *Ejercicios libro: pág. 17: 21 y 22; pág. 24: 57, 58 y 59*

**17.** Como muy bien sabemos, los números $\pi$ o $\sqrt{3}$ son irracionales, es decir, no pueden ser expresados de manera exacta como un cociente de números enteros; ahora bien, los matemáticos babilonios, egipcios y griegos manejaban aproximaciones bastante precisas, como por ejemplo:

$$\pi \cong 3 + \frac{17}{120} = \frac{377}{120} \qquad \text{(Ptolomeo)}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \cong \pi \qquad \text{(desconocido)}$$

$$\sqrt{3} \cong 3 + \frac{265}{153}\text{, y mejor: } \sqrt{3} \cong 3 + \frac{1351}{780} \qquad \text{(Arquímedes)}$$

Comprobar la precisión de dichas aproximaciones e indicar el error cometido.

**18.** El sabio griego *Eratóstenes* (siglo III a.C.) fue capaz de obtener un valor del radio de la Tierra de 6548 km. Hallar el error cometido, teniendo en cuenta que el valor real es 6378 km. *(Soluc: ≅ 2,67 %)*

**19.** **CURIOSIDAD MATEMÁTICA:** Comprobar, con la calculadora, la validez de la siguiente serie, debida al matemático alemán *Leibniz* (s. XVII-XVIII):

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$$

**20.** **CURIOSIDAD MATEMÁTICA:** Comprobar la siguiente fórmula, llamada “Método de la fracción continua infinita”, debida al matemático italiano *Cataldi* (s. XVI-XVII):

$$\sqrt{2} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{2 + \cfrac{2}{2 + \cfrac{1}{\ddots}}}}$$

☞ *Ejercicios libro:* ***pág. 22: 34, 35, 37 y 42*** *(teoría)*