SUMA x $\frac{10}{14}$ = $\boxed{\text{NOTA}}$

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	**PRUEBA EXTRAORDINARIA DE SEPTIEMBRE** **MATEMÁTICAS opción B**	**4º E.S.O. C + D** **CURSO 2010-2011**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

Nombre: SOLUCIONES **4º ESO** _____ **Se puede utilizar calculadora**

Todas las preguntas puntúan igual

1. Calcular, simplificando los pasos intermedios y el resultado:

0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1

a) $\dfrac{\left(\frac{1}{5}+2-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\left(2-\frac{1}{3}:\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{3}{2}} = \dfrac{\boxed{\frac{28}{15}}:\frac{1}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\left(2-\boxed{\frac{5}{3}}\right)\cdot\frac{3}{2}} = \dfrac{\frac{28\cdot\cancel{5}}{3\cdot\cancel{5}}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\boxed{\frac{1}{\cancel{3}}}\cdot\frac{\cancel{3}}{2}} = \dfrac{\boxed{\frac{28}{3}}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\boxed{\frac{1}{2}}} = \dfrac{\boxed{\frac{65}{6}}}{\boxed{\frac{7}{10}}} = \dfrac{65\cdot10}{6\cdot7} =$

$= \dfrac{65\cdot\cancel{2}\cdot5}{3\cdot\cancel{2}\cdot7} = \boxed{\dfrac{325}{21}}$

0,3

$\boxed{2}$
(1+1)

0,25 0,25 0,5

b) $\dfrac{\left(2^2\right)^2\cdot2^{-2}\cdot\left(3^2\right)^3\cdot3\cdot\left(3^2\right)^{-2}}{12\cdot3^3\cdot2^{-1}\cdot3^{-3}} = \dfrac{2^4\cdot2^{-2}\cdot3^6\cdot3\cdot3^{-4}}{3\cdot2^2\cdot3^3\cdot2^{-1}\cdot3^{-3}} = \dfrac{2^2\cdot3^3}{2\cdot3} = 2\cdot3^2 = \boxed{18}$

2. Calcular, simplificando los pasos intermedios y el resultado:

0,25

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3\sqrt{27}} = \sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3\cdot\sqrt{3^3}} = \sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{3^2\cdot3^3}} = \sqrt{3}\cdot\sqrt[6]{3^5} = \sqrt[6]{3^3}\cdot\sqrt[6]{3^5} = \sqrt[6]{3^8} = \boxed{\sqrt[3]{3^4}}$

0,25 0,25

$= \sqrt[3]{81}$

$= 3\sqrt[3]{3}$

b) $-2\sqrt{27}+4\sqrt{12}-\sqrt{300}+\sqrt{75} = -2\cdot\sqrt{3^3}+4\sqrt{2^2\cdot3}-\sqrt{3\cdot5^2\cdot2^2}+\sqrt{5^2\cdot3} =$

$= -2\cdot3\sqrt{3}+4\cdot2\sqrt{3}-5\cdot2\sqrt{3}+5\sqrt{3} =$

0,25 0,25

$= -6\sqrt{3}+8\sqrt{3}-10\sqrt{3}+5\sqrt{3} = \boxed{-3\sqrt{3}}$

$\boxed{2}$
(0,75+0,5+0,75)

c) Racionalizar y simplificar: $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = \boxed{2-\sqrt{3}}$

0,25 0,25 0,25

3. Resolver:

a) $(x^2-x)(x^2+x)=(x-2)^2+x(x+4)$

$x^4 - x^2 = x^2 - \cancel{4x} + 4 + x^2 + \cancel{4x}$

$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ (EC. BICUADRADA) 0,25

cambio de variable $x^2 = z \Rightarrow \boxed{z^2 - 3z - 4 = 0}$

$z = \frac{3 \pm \sqrt{9-4(-4)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$

$z = 4 = x^2 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2}$ 0,25 0,25

$z = -1 = x^2$ ∄ solu. 0,25

$\boxed{2}$ (1+1)

b) $x+\sqrt{5x-10}=8$

$\sqrt{5x-10} = 8 - x$

$(\cancel{\sqrt{5x-10}})^2 = (8-x)^2$

$5x - 10 = 64 - 16x + x^2$ 0,25

$0 = x^2 - 21x + 74$

$x = \frac{21 \pm \sqrt{441-296}}{2} = \frac{21 \pm \sqrt{145}}{2} = \frac{21 \pm 12{,}04}{2}$ 0,25

$x_1 \simeq 16{,}52$ 0,25

$x_2 \simeq 4{,}48$ 0,25

Comprobación:

$x \simeq 16{,}52 \to 16{,}52 + \sqrt{72{,}60} \overset{?}{=} 8$ imposible

$x \simeq 4{,}48 \to 4{,}48 + \sqrt{12{,}40} \overset{?}{=} 8$

$4{,}48 + 3{,}52 = 8$

$\Rightarrow$ solu: $\boxed{x \simeq 4{,}48}$

4. a) Hallar las raíces de $P(x)=x^4+x^3-3x^2-x+2$. por Ruffini, y factorizarlo.

	1	1	-3	-1	2
1		1	2	-1	-2
	1	2	-1	-2	$\boxed{0}$
-1		-1	-1	2	
	1	1	-2	$\boxed{0}$	

$\frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$ → 1 ; -2

0,25 0,25 0,25

Soluc: $\boxed{x = 1 \text{ doble};\ x = -1;\ x = -2}$

$\boxed{P(x) = (x-1)^2(x+1)(x+2)}$ 0,25

$\boxed{2}$ (1+1)

b) Dividir el P(x) anterior entre x^2-2x+1

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+x^3-3x^2-x+2 & x^2-2x+1 \\ \hline
-x^4+2x^3-x^2 & x^2+3x+2 \\ \hline
\quad 3x^3-4x^2-x+2 & \\
\quad -3x^3+6x^2-3x & \\ \hline
\qquad 2x^2-4x+2 & \\
\qquad -2x^2+4x-2 & \\ \hline
\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

Soluc: $\boxed{\begin{array}{l} C(x) = x^2+3x+2 \quad 0{,}5/ \\ R(x) = 0 \ \text{(división exacta)} \end{array}}$ 0,5/

5. Resolver y representar la solución en la recta IR:

a) $(3x+1)(3x-1)-6<(2x-3)^2+x^2$

$9x^2-1-6<4x^2-12x+9+x^2$

$4x^2+12x-16<0 \xrightarrow{\div 4} \boxed{x^2+3x-4<0}$ 0,25/

↳ raíces 1 y −4

	$(-\infty,-4)$	$(-4,1)$	$(1,\infty)$
signo(x^2+3x-4)	+	−	+

0,25/

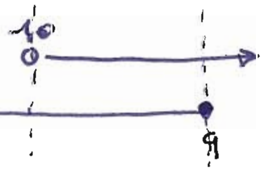
$\Rightarrow$ Soluc: $\boxed{x\in(-4,1)}$ 0,25/

0,25/

$\boxed{2}$ (1+1)

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2}-\dfrac{6-x}{4}<x+1 \\ 3-\dfrac{5x-1}{10}\geq\dfrac{x-1}{5}-\dfrac{x-3}{2} \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} \xrightarrow{\times 4} 2x-(6-x)<4x+4 \\ \xrightarrow{\times 10} 30-(5x-1)\geq 2(x-1)-5(x-3) \end{array}$ $\left\{\begin{array}{l} 2x-6+x<4x+4 \\ 30-5x+1 \geq 2x-2-5x+15 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} 3x-6<4x+4 \\ 31-5x\geq -3x+13 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} -10<x \\ 18\geq 2x \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x>-10 \\ 9\geq x \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} x>-10 \quad 0{,}25/ \\ x\leq 9 \quad 0{,}25/ \end{array}$



Soluc: $\boxed{x\in(-10,9]}$ 0,25/

0,25/

6. **a)** Sabiendo que $tg\,\alpha=\sqrt{5}/4$, hallar sen α y cos α utilizando identidades trigonométricas (resultados racionalizados y simplificados; no vale usar decimales).

$$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1+\left(\frac{\sqrt5}{4}\right)^2=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1+\frac{5}{16}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{21}{16}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

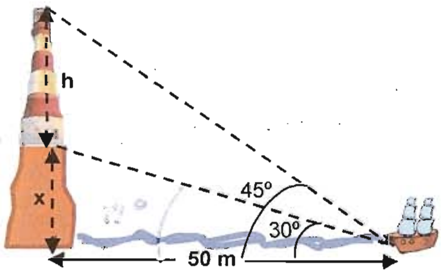
2 (1+1)

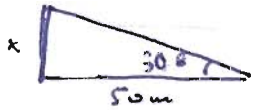
0,25/ 0,25/

$$\frac{16}{21}=\cos^2\alpha \Rightarrow \boxed{\cos\alpha=\sqrt{\frac{16}{21}}=\frac{4}{\sqrt{21}}=\frac{4\sqrt{21}}{21}} \Rightarrow tg\,\alpha=\frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha};\ \frac{\sqrt5}{4}=\frac{sen\,\alpha}{\frac{4\sqrt{21}}{21}} \Rightarrow$$

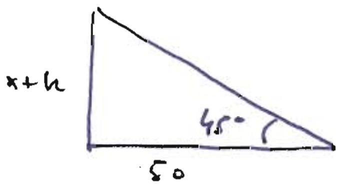
$$\Rightarrow \boxed{sen\,\alpha=\frac{\sqrt5}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{4}\sqrt{21}}{21}=\frac{\sqrt{105}}{21}}$$ 0,5/

b) En la figura adjunta, hallar la altura del acantilado, x, y la del faro, h.



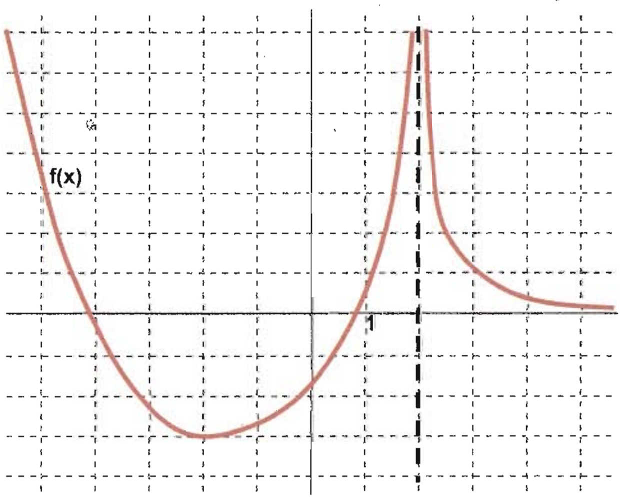


$$tg\,30^\circ=\frac{x}{50} \Rightarrow \boxed{x=50\cdot tg\,30^\circ \simeq 28{,}87\text{ m}}$$ 0,5/



$$\cancel{tg\,45^\circ}^{\,1}=\frac{x+h}{50} \Rightarrow x+h=50;\ \boxed{h=50-x\simeq 21{,}13\text{ m}}$$ 0,5/

NOTA: esto último también se puede ver más rápidamente planteando que, por tratarse de un triángulo isósceles, tiene dos lados iguales...



7. Dada la función cuya gráfica aparece al margen, se pide:

a) Dominio de definición.

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{2\}$ 0,5/

b) Recorrido.

$Im(f)=[-3,\infty)$ 0,5/

2

c) ¿Dónde es continua?

$f(x)$ continua $\forall x\in\mathbb{R}-\{2\}$ 0,5/

d) Intervalos de crecimiento. M y m.

$f(x)\nearrow\ \forall x\in(-2,2)$ 0,25/

$f(x)\searrow\ \forall x\in(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

$m(-2,-3)$ 0,25/