20 EJERCICIOS de DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Números combinatorios:

1. Calcular:

a) $\binom{6}{3}$ **b)** $\binom{6}{5}$ **c)** $\binom{5}{3}$ **d)** $\binom{6}{4}$ **e)** $\binom{7}{5}$ **f)** $\binom{100}{2}$ **g)** $\binom{8}{4}$ **h)** $\binom{18}{14}$ **i)** $\binom{25}{20}$ **j)** $\binom{3}{7}$ **k)** $\binom{15}{10}$

l) $\binom{9}{3}$ **m)** $\binom{5}{1}$ **n)** $\binom{10}{3}$ **o)** $\binom{6}{6}$ **p)** $\binom{12}{8}$

*(Sol: **a)** 20; **b)** 6; **c)** 10; **d)** 15; **e)** 21; **f)** 4950; **g)** 70; **h)** 3060; **i)** 53130; **j)** $\nexists$; **k)** 3003; **l)** 84; **m)** 5; **n)** 120; **o)** 1; **p)** 495)*

2. Demostrar: **a)** $\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$ **b)** $\binom{n}{1}=n$

3. A la vista del ejercicio anterior, y sin efectuar ningún cálculo, decir el valor de los siguientes coeficientes binómicos:

$$\binom{7}{0} \quad \binom{100}{100} \quad \binom{50}{1} \quad \binom{0}{0} \quad \binom{1}{1}$$

4. Calcular: **a)** $\binom{10}{7}$ y $\binom{10}{3}$ **b)** $\binom{11}{5}$ y $\binom{11}{6}$ **c)** $\binom{7}{0}$ y $\binom{7}{7}$ ¿Qué conclusión podemos sacar?

Distribución binomial:

5. Supongamos que la tercera parte de los presos de un determinado centro de reclusión dan positivo en una prueba de agresividad. Escogida al azar una muestra de 10 reclusos, hallar las siguientes probabilidades:

a) Encontrar dos individuos agresivos. *(Sol: 0,1951)*

b) Más de 6 agresivos. *(Sol: 0,0196)*

c) A lo sumo cinco. *(Sol: 0,9234)*

d) Hallar la media y la desviación típica de esta distribución. *(Sol: $\mu \cong$3,33 reclusos agresivos; $\sigma \cong$1,49)*

6. Se sabe que las tres quintas partes de los enfermos que padecen una determinada enfermedad en cierto hospital se acaban curando. Encontrar la probabilidad de que de cinco pacientes tomados al azar se curen exactamente dos. *(Sol: 0,2304)*

7. Una determinada película de la cartelera ha tenido un gran éxito, hasta el punto de que ya la ha ido a ver el 10% de la población. Si se reúnen cuatro amigos, hallar:

a) Probabilidad de que la hayan visto dos de ellos. *(Sol: 0,0486)*

b) Probabilidad de que la hayan visto dos o tres de ellos. *(Sol: 0,0522)*

c) Probabilidad de que nadie la haya ido a ver. *(Sol: 0,6561)*

d) Probabilidad de que la haya visto al menos uno de ellos. *(Sol: 0,3439)*

e) Probabilidad de que la hayan visto todos. *(Sol: 0,9234)*

8. **TEORÍA:** En cada una de las siguientes experiencias indicar **razonadamente** si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, caracterizarla como B(n,p):

a) Lanzamos diez monedas y nos preguntamos por el número de caras obtenido.

b) Lanzamos seis dados y queremos saber el número de "seises" obtenido.

c) Nos preguntamos cuántos partidos ganará nuestro equipo en los primeros diez partidos de Liga.

d) Nos reparten cinco cartas de una baraja española y nos preguntamos cuántos oros nos podrán tocar.

e) Nos dan una carta de una baraja española, observamos si es un "oro", y la devolvemos al mazo. Barajamos y repetimos la experiencia otras cuatro veces. (Es decir, extraemos cinco cartas con reemplazamiento)

f) Una empresa produce bombillas, y por término medio hay un 0,1% de bombillas defectuosas. Adquirimos una caja de cinco bombillas y nos preguntamos si nos habrá tocado alguna defectuosa.

g) Elegimos al azar una muestra de cien individuos y queremos saber qué proporción hay de solteros, casados o viudos.

h) Indica un ejemplo propio de experimento binomial.

9. Se ha pasado una prueba sobre fluidez verbal a un numeroso grupo de niños de una comarca y se ha detectado que el 55% de ellos tiene muy poca fluidez verbal, mientras que en el resto se puede considerar aceptable. De una muestra aleatoria formada por siete niños, hallar:

a) Probabilidad de que todos hablen correctamente. *(Sol: 0,0037)*

b) Esperanza matemática y desviación típica. *(Sol: μ=3,85 alumnos con poca fluidez verbal; σ≅1,32)*

10. Un examen consta de 10 preguntas tipo test, con cuatro opciones cada una –sólo una de ellas es válida–. Cada pregunta correcta es un punto, y no se penalizan los fallos. Si se contesta al azar, hallar:

a) Probabilidad de sacar un 5. *(Sol: 0,0037)*

b) Probabilidad de fallar todas. *(Sol: 0,0037)*

c) Probabilidad de aprobar. *(Sol: 0,0037)*

d) Esperanza matemática o valor esperado. Interpretar su significado. *(Sol: μ=3,85)*

11. Según la revisión del padrón realizada por el INE (Instituto Nacional de Estadística) en 2012 en España había 5 711 040 inmigrantes, sobre una población total de 47 212 990 habitantes. Extraída una muestra de 8 individuos residentes en España al azar, hallar:

a) Probabilidad de que ninguno sea inmigrante.

b) Probabilidad de que haya algún inmigrante.

c) Probabilidad de que haya un inmigrante.

12. De acuerdo con las cifras de la IATA (Asociación Internacional de Transporte Aéreo) en 2009 hubo un promedio de 1 accidente aéreo por cada 1,4 millones de vuelos. En el caso de una persona que tomara 9 vuelos ese año, hallar la probabilidad de verse involucrado en algún siniestro.

13. Se tiene una moneda trucada para la que se sabe que la probabilidad de cruz es 0,3. Si se lanza la moneda cinco veces, calcular:

a) Probabilidad de obtener cuatro cruces. *(Sol: 0,0284)*

b) Probabilidad de obtener al menos cuatro cruces. *(Sol: 0,0308)*

c) Probabilidad de obtener a lo sumo cuatro cruces. *(Sol: 0,0076)*

d) Probabilidad de obtener una o dos cruces. *(Sol: 0,6689)*

14. En el curso 2011-2012 eligieron la materia de Religión el 83% de los estudiantes de Castilla-La Mancha. En una clase de 1º de Bachillerato de un centro de esa región formada por 24 alumnos, hallar:

a) Probabilidad de que todos cursen religión.

b) Probabilidad de ninguno haya elegido religión.

c) Esperanza matemática o valor esperado ¿Qué significado tiene?

15. En cierto país se ha estimado que el 40% de los alumnos que comienzan una ingeniería acaban obteniendo el título. Hallar la probabilidad de que, de un grupo de siete jubilados que se matricularon en su juventud:

a) Ninguno sea ingeniero. *(Sol: 0,0280)*

b) Todos sean ingenieros. *(Sol: 0,0016)*

c) Hallar la esperanza matemática y la desviación típica. *(Sol: $\mu=2,8$ ingenieros; $\sigma\cong1,30$)*

16. En el año 2013 la población de China era de 1 360 millones de habitantes, frente a un total de 7 200 millones de habitantes en nuestro planeta. Si elegimos a tres personas al azar, hallar:

a) Probabilidad de que al menos uno sea chino.

b) Probabilidad de que haya dos chinos.

c) Probabilidad de que haya dos o tres chinos.

d) Probabilidad de que ninguno sea chino.

17. Según la EPA (Encuesta de Población Activa) el paro en España en el 2º trimestre de 2014 se situó en el 25% de la población activa. En una reunión de seis personas en edad de trabajar, hallar:

a) Probabilidad de que todos estén en el paro. *(Sol: 0,0002)*

b) Probabilidad de que todos estén trabajando. *(Sol: 0,1780)*

c) Esperanza matemática o valor esperado. Interpretarlo. *(Sol: $\mu=1,5$ parados)*

18. Un total de 6.637 alumnos de los 6.954 que se presentaron a las Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado (PAEG) –antigua Selectividad–, a la fase general en el distrito universitario de Castilla-La Mancha, superaron con éxito los exámenes. En un centro de la región en el que se presentaran a dicha prueba 50 alumnos de 2º de Bachillerato, hallar las siguientes probabilidades:

a) Que todos aprueben.

b) Que al menos uno suspenda.

c) Que haya un solo suspenso.

d) Que haya tres suspensos.

19. Un equipo de fútbol ha determinado a lo largo de sus entrenamientos que en promedio sus jugadores marcan ocho de cada diez penaltis. En una tanda de cinco, hallar la probabilidad de:

a) Marcar todos. *(Sol: 0,3277)*

b) No marcar ninguno. *(Sol: 0,0003)*

c) Marcar al menos uno. *(Sol: 0,6723)*

d) Marcar cuatro. *(Sol: 0,4096)*

e) Marcar cuatro o cinco. *(Sol: 0,7373)*

f) Esperanza matemática o valor esperado. Interpretar su significado. *(Sol: $\mu=4$ goles)*

(*) 20. En unas pruebas de alcoholemia se ha observado que el 5% de los conductores controlados dan positivo en la prueba y que el 10% de los conductores controlados no llevan abrochado el cinturón de seguridad. También se ha observado que las dos infracciones son independientes. Un guardia de tráfico para a cinco conductores al azar. Se pide:

a) Determinar la probabilidad de que exactamente tres conductores hayan cometido alguna de las dos infracciones. *(Sol: 0,0223)*

b) Determinar la probabilidad de que al menos uno de los conductores controlados haya cometido alguna de las dos infracciones. *(Sol: 0,543)*