

FICHA 1: Lenguaje algebraico

1. Completar la siguiente tabla (véase el primer ejemplo):

	LENGUAJE COMÚN	LENGUAJE ALGEBRAICO	VALOR NUMÉRICO	
1	El doble de un número	$2x$	$x=2$	$x=2 \Rightarrow 2 \cdot 2=4$
2	El triple de un número		$x=2$	
3	La mitad de un número		$x=10$	
4	La 1/4 parte de un número		$x=12$	
5	Un número aumentado en 3 unidades		$x=5$	
6	Un número disminuido en 5 unidades		$x=11$	
7	La suma de dos números		$x=5$ $y=2$	
8	La resta de dos números		$x=5$ $y=2$	
9	El doble de un número más uno		$x=-2$	
10	El cuádruple de un número menos el doble de otro		$x=2$ $y=2$	
11	El cuadrado de un número más otro número		$x=3$ $y=1$	
12	Si x es la edad de una persona, la edad que tendrá dentro de 5 años		$x=13$ años	
13	Si x es la edad de una persona, la edad que tenía hace 7 años		$x=14$ años	
14	El área de un cuadrado de lado l		$l=3$ cm	
15	El área de un rectángulo de lados a y b		$a=3$ cm $b=4$ cm	
16	El perímetro de un cuadrado de lado l		$l=3$ cm	
17	El perímetro de un rectángulo de lados a y b		$a=3$ cm $b=4$ cm	
18	El 20% de un número x		$x=50$	

2. Ídem:

	LENGUAJE COMÚN	LENGUAJE ALGEBRAICO	VALOR NUMÉRICO
1	El doble de un número menos 3 unidades		$x=3$
2	Al sumar dos números, el orden de los factores no altera el resultado		$x=2$ $y=5$
3		$2x+5$	$x=-2$
4		$3x-6$	$x=1/3$
5	El doble de la suma de un número más 4		$x=0$
6	La mitad de la diferencia de un número menos 8		$x=14$
7		x^2+7	$x=-1$
8		$(x+7)^2$	$x=1$
9	El cubo de la mitad de un número		$x=6$
10	La mitad del cuadrado de un número		$x=6$
11		$x+x^2$	
12	El cuádruple del cuadrado de un número		$x=-3$
13	La mitad de un número menos 3		$x=-8$
14	El área de un triángulo de base b y altura h		$b=4\text{ dm}$ $h=3\text{ dm}$
15		$4x-2$	$x=-1$
16		$5-2x$	$x=0$
17		$8x^3$	$x=1/2$
18		$(x+y)^2$	$x=2$ $y=3$
19		x^2+y^2	$x=2$ $y=3$

3. Completar la siguiente tabla (véase el primer ejemplo):

	Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
1	$5x^2$	5	x^2	2
2	$2x$			
3	$-3ab$			
4	$-3x^3$			
5	x			
6	$-5xy^3z^2$			
7	$4a^3b$			
8	ab			
9	$\frac{3}{4}x^2y^2$			
10	5			
11		2	x^3	
12		-1	x	
13		$\frac{3}{5}$	ab^2	
14	-1			
15	$\frac{1}{2}$			
16	$-8xyz$			
17		4	a^2bc	
18		3		0
19		1	x	
20	$\frac{3}{2}a^2b^4$			

FICHA 2: Operaciones con monomios (I)

1. a) Indicar tres monomios semejantes a $-3x^4$.

b) ¿V o F? $12ab$ y $-12ab$ son semejantes.

c) ¿V o F? $2x^2y$ y $2xy^2$ son semejantes.

d) Escribir dos monomios semejantes de grado 5 y cuya parte literal conste de dos letras.

2. Sumar monomios semejantes:

a) $3x^2 + 4x^2 - 5x^2 =$

b) $6x^3 - 2x^3 + 3x^3 =$

c) $x^5 + 4x^5 - 7x^5 =$

d) $-2x^4 + 6x^4 + 3x^4 - 5x^4 =$

e) $7x + 9x - 8x + x =$

f) $2y^2 + 5y^2 - 3y^2 =$

g) $3x^2y - 6x^2y + 5x^2y =$

h) $4xy^2 - xy^2 - 7xy^2 =$

i) $2a^6 - 3a^6 - 2a^6 + a^6 =$

j) $ab^3 + 3ab^3 - 5ab^3 + 6ab^3 - 4ab^3 =$

(Sol: ab^3)

k) $7xy^2z - 2xy^2z + xy^2z - 6xy^2z =$

(Sol: 0)

l) $-x^3 + 5x - 2x + 3x^3 + x + 2x^3 =$

m) $x^4 + x^2 - 3x^2 + 2x^4 - 5x^4 + 8x^2 =$

n) $3a^2b - 5ab^2 + a^2b + ab^2 =$

o) $\frac{7}{3}x^2 + \frac{4}{3}x^2 =$

p) $12x^5 - x^5 - 4x^5 - 2x^5 - 3x^5 =$

q) $\frac{7}{4}x^5 + \frac{1}{4}x^5 =$

r) $x^2y^2 - 5x^2y^2 - (3x^2y^2 - 4x^2y^2) - 8x^2y^2 =$

(Sol: $-11x^2y^2$)

s) $x^2 + \frac{x^2}{3} =$

t) $x^2 + x^2 =$

u) $-3y^2 + 4y^2 =$

- v) $5x^3 - 6x + 7x - x^3 - x + 4x^3 =$
- w) $-x^2 + x + x^2 + x^3 + x =$
- x) $2x^3 - (x^3 - 3x^3) =$
- y) $8x^2 - x + 9x + x^2 =$
- z) $8xy^2 - 5x^2y + x^2y - xy^2 =$
- α) $-3x + 7y - (8y + y - 6x) =$

3. Efectuar los siguientes **productos y cocientes de monomios**:

- a) $3x^2 \cdot 4x^3 =$
- b) $2x^3 \cdot 4x^3 \cdot 3x^3 =$
- c) $x^3 \cdot x^3 =$
- d) $-2x^4 \cdot 3x^3 =$
- e) $7x \cdot (-8x^2) =$
- f) $(-3y^2) \cdot (-2y^3) =$
- g) $3x^2y \cdot 6xy^3 =$
- h) $\frac{3}{4}x^2 \cdot \frac{5}{2}x^3 =$
- i) $4a^3b^2 \cdot a^2b \cdot 7ab =$
- j) $-\frac{1}{2}a^3 \cdot \frac{5}{3}a^4 =$
- k) $2a^6 \cdot 3a^6 \cdot 2a^6 =$
- l) $\frac{2}{5}x^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}x\right) =$
- m) $ab^3 \cdot (-3a^2b) \cdot 5a^3b =$
- n) $x^2 \cdot \frac{1}{3}x^5 =$
- o) $-ab^2c^3 \cdot (-3a^2bc) \cdot 3abc =$
- p) $(6x^4) : (2x^2) =$
- q) $\frac{12a^6}{3a^3} =$
- r) $15x^4 : (-3x) =$

s) $\frac{-14x^7}{7x^2} =$

t) $-8x^4 : (-4x^3) =$

u) $\frac{5x^7y^3}{x^2y} =$

v) $(-18x^4) : (6x^3) =$

w) $\frac{-12a^5b^4c^6}{2a^3b^2c} =$

x) $2x^4 \cdot 6x^3 : (4x^2) =$ (Sol: $3x^5$)

y) $27x^4 : (-9x^3) \cdot (-2x^2) =$ (Sol: $6x^3$)

z) $(2x)^2 =$

4. Efectuar las siguientes **operaciones combinadas** con monomios:

a) $15x^5 - 3x^3 \cdot 4x^2 =$ (Sol: $3x^5$)

b) $2x^3 + 4x^3 \cdot 5x - 2x \cdot (-x^2) =$ (Sol: $20x^4 + 4x^3$)

c) $3a \cdot ab - 2a^2 \cdot (-4b) - 8 \cdot (2a^2b) =$ (Sol: $-5a^2b$)

d) $3x^2 + 4x^2 - 2x^2 \cdot (-3x) - (4x^3 + x^2 - 2x \cdot x^2) =$ (Sol: $4x^3 + 6x^2$)

e) $-3xy^2 - (-4x \cdot 7y^2) + [8x^2y^3 : (2xy)] =$ (Sol: $29xy^2$)

f) $(-y^2) \cdot (-2y^2) - 5y \cdot (-2y^3) + 3y^3 \cdot (-4y) =$ (Sol: 0)

g) $(3x^3 \cdot 6x - 2x^2 \cdot x^2) : (4x^2 \cdot 3x^2 - 8x \cdot x^3) =$ (Sol: 4)

h) $3x^5 - \frac{4}{3}x^2 \cdot \frac{3}{2}x^3 =$ (Sol: x^5)

i) $4a^2b \cdot (-ab^2) \cdot 5ab - 8a^4b^4 =$ (Sol: $-28a^4b^4$)

j) $a^5 + \frac{5}{6}a^3 \cdot \frac{3}{5}a^2 =$ (Sol: $3a^5/2$)

k) $5x^6 - 2x^6 \cdot 3x^6 : (-2x^6) =$ (Sol: $8x^6$)

l) $\left(-\frac{7}{3}x^3\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}x\right) + \frac{2}{3}x^4 =$ (Sol: $2x^4$)

m) $2ab \cdot (-a^3b) + [ab^2 \cdot (-3a^2b)] - 5a^3b \cdot ab + ab \cdot a^2b^2 =$ (Sol: $-7a^4b^2 - 2a^3b^3$)

n) $2x^2 \cdot \frac{1}{3}x^3 + \frac{21x^7}{3x^2} =$ (Sol: $23x^5/3$)

o) $-x^2y - (-3x^2 \cdot 7y) + \frac{16x^2y^3z}{4y^2z} =$ (Sol: $24x^2yz$)

p) $x^3 - (-3x^2 \cdot x) + (2x)^3 =$ (Sol: $12x^3$)

q) $10a^3b^2 - 8a^3b^2 : (2a^2b) + 2a^2b \cdot (-3ab) + 3ab =$

FICHA 3: Repaso de operaciones con monomios (II)

1. Sumar monomios semejantes:

a) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^3 =$

b) $-(ab^3 + a^3b) - 3a^3b + 5ab^3 - (a^3b - 2ab^3) =$ (Sol: $6ab^3 - 5a^3b$)

c) $7x^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^2 + 2x^2 + \frac{3}{2}x^2 =$ (Sol: $15x^2/2$)

d) $-x + x^2 + x^3 + 3x^2 - 2x^3 + 2x + 3x^3 =$

e) $2a^2b + 5a^2b - \frac{2}{3}a^2b - a^2b + \frac{a^2b}{2} =$ (Sol: $35a^2b/6$)

f) $-x^3 + \frac{5x^3}{4} - \frac{2x^3}{3} + 3x^3 + \frac{x^3}{2} =$ (Sol: $37x^3/12$)

g) $7x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^3 + 2x^2 + \frac{3}{2}x^3 =$ (Sol: $6x^3 + 3x^2/2$)

h) $\frac{4}{3}xy - \frac{5}{2}xy + \frac{7}{4}xy - xy =$

2. Efectuar los siguientes productos y cocientes de monomios:

a) $2x^2 \cdot 4x^3 \cdot 5x^6 =$

b) $-4x^3 \cdot 2x =$

c) $-9a : 3a =$

d) $-10x^3y^2 : (x^2y) =$

e) $\frac{10x^3}{2xy^2} =$

f) $-3x \cdot (-2x) \cdot \frac{7}{4}x =$

g) $7x^3 \cdot 5x \cdot 9x^4 =$

h) $15x^3 : (5x^2) =$

i) $\frac{-8x^3y^2}{2x^2y} =$

j) $10x^4yz^2 : (5xyz) =$

k) $\frac{3a^5b \cdot (-12a^4b^2)}{4a^3b^2} =$ (Sol: $-9a^6b$)

l) $\frac{1}{2}a^3 \cdot \frac{3}{4}a^2 =$

m) $2x^2 \cdot x^3 \cdot 3x^5 : (-6x) =$

3. Efectuar las siguientes **operaciones combinadas de monomios**:

a) $8x^2 - (5x^4 + x^4) : (2x^2) + 15x^4 : (3x \cdot x) =$ (Sol: $10x^2$)

b) $12x \cdot 3x^2 : x + \frac{14x \cdot x^3}{7x^2} =$ (Sol: $38x^2$)

c) $8x^4 : (2x^2 + 2x^2) =$ (Sol: $2x^2$)

d) $\frac{5xy^3 - 2xy^3}{3xy^2} =$ (Sol: y)

e) $16x \cdot x^3 : (-4) + 9x^5 : x^4 \cdot (-3x^3) =$ (Sol: $-31x^4$)

f) $3x^2 \cdot 10 \cdot 5x^3 - 10x^4 \cdot 6x^2 : 2x =$ (Sol: $120x^5$)

g) $(5x^2 - 2x^2 + 7x^2) \cdot (4x^3 - x^3 + 6x^3) =$ (Sol: $90x^5$)

h) $\frac{-4xy^2 + 9xy^2}{3xy + 2xy} =$ (Sol: y)

i) $\frac{4x^4 + 4x^4}{2x^2 + 2x^2} =$ (Sol: $2x^2$)

j) $(x^3 - 8x^3 + 4x^3)(y - 3y + 5y) =$ (Sol: $-9x^3y$)

4. Razonar si las siguientes igualdades son V o F. Corregir los errores cometidos, cuando proceda:

a) $x + x = 2x$

b) $x^2 + x^2 = x^4$

c) $2a - a = 2$

d) $2a + 3a = 5a$

e) $2a + 3b = 5ab$

FICHA 4: Valor numérico de un polinomio. Sumas y restas de polinomios.

1. a) ¿Cuál es el término independiente de $P(x)=2x^2-5x+6$?
- b) ¿Cuál es el grado de $P(x)=2x^2-5x+6$?
- c) ¿Cuál es el coeficiente de x en $P(x)=2x^2-5x+6$?
- d) ¿Cuántos términos tiene $P(x)=2x^2-5x+6$?
- e) Escribir un polinomio **completo** de cuatro términos cuya variable o indeterminada sea x :
- f) Indicar el grado de $P(x)=2x^3y^2-5x^2y^2+3xy-6$?
- g) ¿Cuál es el término independiente de $P(x)= -x^3-5x^2+6x$?
- h) Escribir un trinomio de tercer grado cuya variable o indeterminada sea x y su término independiente 5:
2. Hallar el **valor numérico** de cada polinomio para el valor indicado de la indeterminada:
- a) $P(x) = x^2 + x + 1$, para $x = 2$ (Sol: 7)
- b) $P(x) = x^2 + x + 1$, para $x = -2$ (Sol: 3)
- c) $P(x) = 2x^2 - x + 2$, para $x = 3$ (Sol: 17)
- d) $P(x) = 2x^2 - x + 2$, para $x = -2$ (Sol: 12)
- e) $P(x) = -x^2 - 3x + 4$, para $x = 4$ (Sol: -24)
- f) $P(x) = -x^2 + 3x + 4$, para $x = -1$ (Sol: 0)
- g) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 1$, para $x = 0$ (Sol: 1)
- h) $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 3$, para $x = -3$ (Sol: -63)
- i) $P(x) = x^4 - 4x^2 - 1$, para $x = 2$ (Sol: -1)
- j) $P(x) = -x^3 - 3x^2 - x + 2$, para $x = -4$ (Sol: 22)

k) $P(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{x}{4} + 10$, para $x = -2$ (Sol: $-1/6$)

l) $P(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$, para $x = 5$ (Sol: $619/6$)

m) $P(x) = x^3 + \frac{x^2}{9} - \frac{x}{3} + 27$, para $x = -3$ (Sol: 2)

3. a) Dado $P(x) = x^2 + 2x + k$, hallar el valor de k para que $P(2)=6$ (Sol: $K=-2$)

b) Dado $P(x) = x^2 - kx + 2$, hallar el valor de k para que $P(-2)=8$ (Sol: $K=1$)

c) Dado $P(x) = kx^3 - x^2 + 5$, hallar el valor de k para que $P(-1)=1$ (Sol: $K=3$)

4. Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$$
$$Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 4$$
$$R(x) = 3x^2 - 5x + 5$$
$$S(x) = 3x - 2$$

Hallar:

a) $P(x) + Q(x) =$ (Sol: $x^4 + x^3 + 4x + 2$)

b) $P(x) + R(x) =$ (Sol: $2x^3 - x + 3$)

c) $P(x) + S(x) =$ (Sol: $2x^3 - 3x^2 + 7x - 4$)

d) $S(x) + P(x) =$ (Sol: *ídem*)

e) $P(x) + P(x) =$ (Sol: $4x^3 - 6x^2 + 8x - 4$)

¿De qué otra forma se podría haber calculado?

f) $Q(x) - S(x) =$ (Sol: $x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x + 6$)

g) $Q(x) + R(x) =$ (Sol: $x^4 - x^3 + 6x^2 - 5x + 9$)

h) $P(x) - R(x) =$ (Sol: $2x^3 - 6x^2 + 9x - 7$)

i) $Q(x) + S(x) =$ (Sol: $x^4 - x^3 + 3x^2 + 3x + 2$)

j) $P(x) - S(x) =$ (Sol: $2x^3 - 3x^2 + x$)

k) $S(x) - P(x) =$ (Sol: $-2x^3 + 3x^2 - x$)

l) $P(x) - P(x) =$ (Sol: 0)

m) $R(x) - S(x) =$ (Sol: $3x^2 - 8x + 7$)

n) $P(x) - Q(x) + R(x) =$ (Sol: $-x^4 + 3x^3 - 3x^2 - x - 1$)

o) $Q(x) - [R(x) + S(x)] =$ (Sol: $x^4 - x^3 + 2x + 1$)

p) $S(x) - [R(x) - Q(x)]$ (Sol: $x^4 - x^3 + 8x - 3$)

Repaso:

5. a) Hallar el valor numérico de $P(x) = 5x^3 + x - 3$ para $x=2$ (Sol: 39)

b) Hallar el valor numérico de $P(x) = -5 + 7x + \frac{2}{3}x^2$ para $x=-3$ (Sol: 0)

c) Hallar el valor de a para que $P(x) = ax^2 - 3x + 5$ cumpla que $P(2) = 3$ (Sol: $a=1$)

d) Calcular el valor de a para que $P(1) = 2$ si $P(x) = ax^3 - 3x^2 + 4x - 7$ (Sol: $a=3$)

6. Dados los siguientes polinomios: $M(x) = x^2 - 3x + 7$
 $N(x) = 5x^3 - 6x^2 + x - 3$

Hallar:

a) $M(x) + N(x) =$

b) $M(x) - N(x) =$

7. Dados los siguientes polinomios: $A(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 7$
 $B(x) = x^3 + 7x^2 - 4x$
 $C(x) = -2x^2 + x - 5$

Hallar:

a) $A(x) + B(x) + C(x) =$ (Sol: $3x^3 + 2x^2 - 2x - 12$)

b) $B(x) + C(x) =$ (Sol: $x^3 + 5x^2 - 3x - 5$)

c) $A(x) - B(x) =$ (Sol: $x^3 - 10x^2 + 5x - 7$)

d) $A(x) - B(x) - C(x) =$ (Sol: $x^3 - 8x^2 + 4x - 2$)

FICHA 5: Productos de polinomios

1. Efectuar los siguientes **productos** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

a) $5x^3 \cdot 3x^2y \cdot (-4xz^3) =$ (Soluc: $-60x^6yz^3$)

b) $2x^2 \cdot (3x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 5) =$ (Soluc: $6x^6 - 4x^5 + 4x^4 + 10x^2$)

c) $(-2x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 7x + 1) \cdot (-3x^3) =$ (Soluc: $6x^8 - 9x^6 + 6x^5 + 21x^4 - 3x^3$)

d) $4a^3 \cdot (-a^3 + 3a^2 - a + 1) =$ (Soluc: $-4a^6 + 12a^5 - 4a^4 + 4a^3$)

e) $(-y^4 + 2y^3 - 3y^2 + 2) \cdot (-2y^2) =$ (Soluc: $2y^6 - 4y^5 + 6y^4 - 4y^2$)

f) $(-2x^3) \cdot \left(\frac{4}{5}x^2\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x\right) =$ (Soluc: $-\frac{4}{5}x^6$)

g) $\left(-\frac{5}{7}x^7\right) \cdot \left(\frac{3}{5}x^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}x\right) =$ (Soluc: $\frac{4}{7}x^{10}$)

h) $-3ab^2 \cdot 2ab \cdot \left(-\frac{2}{3}a^2b\right) =$ (Soluc: $4a^4b^4$)

i) $12x^2 \cdot \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{5}{4}\right) =$
(Soluc: $8x^5 - 18x^4 + \frac{48}{5}x^3 - 15x^2$)

j) $\left(\frac{1}{2}ab^3 - a^2 + \frac{4}{3}a^2b + 2ab\right) \cdot 6a^2b =$
(Soluc: $3a^3b^4 - 6a^4b + 8a^4b^2 + 12a^3b^2$)

2. Realizar los siguientes **productos** de polinomios:

a) $(x + 3) \cdot (x - 2) =$ (Sol: $x^2 + x - 6$)

b) $(2x - 6) \cdot (3x + 5) =$ (Sol: $6x^2 - 8x - 30$)

c) $(x^2 + 3x - 1)(x^2 - 2) =$
(Sol: $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 6x + 2$)

d) $(3x^2 - 4)(x^2 - 2x + 1) =$
(Sol: $3x^4 - 6x^3 - x^2 - 8x - 4$)

e) $(x^2 - 2x + 2)(3x^2 - 2x + 2) =$

(Sol: $3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 8x + 4$)

f) $(x^3 - 2x^2 + x + 3)(3x^2 - 2) =$

(Sol: $3x^4 - 6x^4 + x^3 + 13x^2 - 2x - 6$)

g) $(x^3 - 3x + 5)(2x^2 - 2x + 6) =$

(Sol: $2x^5 - 2x^4 + 16x^2 - 28x + 30$)

h) $(3x^2 - 6x + 4) \cdot (x^2 - x - 2) =$

(Sol: $3x^4 - 9x^3 + 4x^2 + 8x - 8$)

i) $(6x^2 - 8x + 3) \cdot (3x - 1) =$

(Sol: $18x^3 - 30x^2 + 17x - 3$)

j) $(-x^3 + 4x^2 - 5) \cdot (-x - 1) =$

(Sol: $x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 5x + 5$)

k) $(x^2 + x + 1) \cdot (x - 1) =$

(Sol: $x^3 - 1$)

3. Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$$

$$Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 4$$

$$R(x) = 3x^2 - 5x + 5$$

$$S(x) = 3x - 2$$

Hallar los siguientes **productos**:

a) $P(x) \cdot S(x) =$

(Sol: $6x^4 - 13x^3 + 18x^2 - 14x + 4$)

b) $S(x) \cdot P(x) =$

(Sol: *Ídem*)

c) $Q(x) \cdot S(x) =$

(Sol: $3x^5 - 5x^4 + 11x^3 - 6x^2 + 12x - 8$)

d) $R(x) \cdot S(x) =$

(Sol: $9x^3 - 21x^2 + 25x - 10$)

e) $[R(x)]^2 =$

(Sol: $9x^4 - 30x^3 + 55x^2 - 50x + 25$)

f) $[S(x)]^2 =$

(Sol: $9x^2 - 12x + 4$)

FICHA 6: Operaciones combinadas con polinomios

1. Realizar las siguientes **operaciones combinadas** de polinomios:

a) $(x^3 + 2) \cdot [(4x^2 + 2) - (2x^2 + x + 1)] =$

(Sol: $2x^5 - x^4 + x^3 + 4x^2 - 2x + 2$)

b) $(x^2 - 3) \cdot (x + 1) - (x^2 + 5) \cdot (x - 2) =$

(Sol: $3x^2 - 8x + 7$)

c) $(4x + 3) \cdot (2x - 5) - (6x^2 - 10x - 12) =$

(Sol: $2x^2 - 4x - 3$)

d) $(x^3 + 2) \cdot (4x^2 + 2) - (2x^2 + x + 1) =$

(Sol: $4x^5 + 2x^3 + 6x^2 - x + 3$)

e) $(2x^2 + x - 2)(x^2 - 3x + 2) - (5x^3 - 3x^2 + 4) =$

(Sol: $2x^4 - 10x^3 + 2x^2 + 8x - 8$)

f) $(x^2 - 3x + 2) \cdot [(5x^3 - 3x^2 + 4) - (2x^2 + x - 2)] =$

(Sol: $5x^5 - 20x^4 + 24x^3 - x^2 - 20x + 12$)

g) $2x^2 + x - 2 - (x^2 - 3x + 2) \cdot (5x^3 - 3x^2 + 4) =$

(Sol: $-5x^5 + 18x^4 - 19x^3 + 4x^2 + 13x - 10$)

h) $(-2x^2 + x - 2)(-x^2 + 1) - (2x^5 - x^4 + x^2 + 2x - 1) =$

(Sol: $-2x^5 + 3x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$)

i) $-2x \cdot \left(-\frac{x^2}{4}\right) \cdot 2x^3 - 2x^2 - (x^4 + 5x^2 - 1) \cdot (x^2 - 3) =$

(Sol: $-2x^4 + 14x^2 - 3$)

j) $2(x^3 + 3x - 1) - (2x^3 - x^2 - 1)(-x^2 + 3x + 1) =$

(Sol: $2x^5 - 7x^4 + 3x^3 + 9x - 1$)

k) $(2x^3 - x^2 + 3x - 1)(x^2 - 2x + 2) - 2x(x^3 - x^2 + 3x - 2) =$

(Sol: $2x^5 - 7x^4 + 11x^3 - 15x^2 + 12x - 2$)

l) $(5x^2 - 2x^2 + 7x^2) \cdot (4x^3 - x^3 + 6x^3) =$

(Sol: $90x^5$)

m) $4x^2(-x^2 - x + 4) - (x^2 - 3x + 4)(2x^2 + 2x - 1) =$

(Sol: $-6x^4 + 15x^2 - 11x + 4$)

2. Dados los siguientes polinomios:
- $$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$$
- $$Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 4$$
- $$R(x) = 3x^2 - 5x + 5$$
- $$S(x) = 3x - 2$$

hallar las siguientes **operaciones combinadas**:

a) $[Q(x) - R(x)] \cdot S(x) =$

(Sol: $3x^5 - 5x^4 + 2x^3 + 15x^2 - 13x + 2$)

b) $P(x) + 2Q(x) =$

(Sol: $2x^4 + 3x^2 + 4x + 6$)

c) $P(x) - 3 [Q(x) + R(x)] =$

(Sol: $-3x^4 + 5x^3 - 21x^2 + 19x - 29$)

d) $P(x) - 2Q(x) + 3R(x) =$

(Sol: $-2x^4 + 4x^3 - 11x + 5$)

e) $- [Q(x) + 2R(x)] \cdot S(x) =$

(Sol: $-3x^5 + 5x^4 - 29x^3 + 48x^2 - 62x + 28$)

f) $P(x) - 2x \cdot Q(x) =$

(Sol: $-2x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 - 4x - 2$)

FICHA 7: Repaso de valor numérico y operaciones combinadas (II)

1. a) Hallar el valor numérico de $P(x) = 5x^3 + x - 3$ para $x = -2$ (Sol: -45)

b) Hallar el valor numérico de $P(x) = -5 + 7x + \frac{2}{3}x^2$ para $x = 0$ (Sol: -5)

2. Dados los siguientes polinomios: $P(x) = x^2 - 3x + 7$
 $Q(x) = 5x^3 - 6x^2 + x - 3$
 $R(x) = 7x^2 + 4$

hallar:

a) $2x^2 \cdot Q(x) =$ (Sol: $10x^5 - 12x^4 + 2x^3 - 6x^2$)

b) $P(x) \cdot 7x =$ (Sol: $7x^3 - 21x^2 + 49x$)

c) $[P(x) - R(x)] \cdot 2x =$ (Sol: $-12x^3 - 6x^2 + 6x$)

d) $[R(x) - Q(x)] \cdot (-x^2) =$ (Sol: $5x^5 - 13x^4 + x^3 - 7x^2$)

3. Realizar las siguientes **operaciones combinadas** de polinomios:

a) $(9 - 3x) \cdot (-2) + 9x =$ (Sol: $15x - 18$)

b) $5x \cdot (6 + 7x) - x^2 =$ (Sol: $34x^2 + 30x$)

c) $x^3 + x^2 \cdot (1 - x - 4x^2) + 8x =$
(Sol: $-4x^4 + x^2 + 8x$)

d) $4x^2 - 5 \cdot (x - x^2) - x \cdot (6 - 2x) =$
(Sol: $11x^2 - 11x$)

e) $(30a^2b - 15ab^2 + 5a^2b^2) \cdot (-a - b) : (ab) =$
(Sol: $-30a^2 - 15ab - 5a^2b + 15b^2 - 5ab^2$)

f) $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x\right) - \left(\frac{5}{4}x + 7\right) + \frac{7}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + 3 =$
(Sol: $4x^2 - 11x/4 - 4$)

g) $\left(\frac{5x^3}{3} - \frac{2x^2}{5} + x - 7\right) \cdot \left(\frac{5}{2}x^2 - 3x\right) =$

(Sol: $25x^5/6 - 6x^4 + 37x^3/10 - 41x^2/2 + 21x$)

h) $\frac{2x^2}{5} \cdot (x^3 - 3x^2 + x - 1) - x^3 \cdot \left(\frac{x^2}{2} - x + \frac{2}{3}\right) =$

(Sol: $-x^5/10 + x^4/5 - 4x^3/15 - 2x^2/5$)

i) $\frac{5x}{6} (x^5 - x^2 + 3x - 1) - x^5 \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{4}{3}\right) =$

(Sol: $-x^7/3 + 10x^6/3 - 4x^5/3 - 5x^3/6 + 5x^2/2 - 5x/6$)

FICHA 8: Cocientes de polinomios entre monomios. Extraer factor común.

1. Efectuar los siguientes **cocientes** en los que intervienen **monomios**, simplificar, y comprobar el resultado:

a) $\frac{4x^3}{2x^2} =$

b) $8x^4 : (-2x^2) =$

c) $\frac{7x^5}{2x^3} =$

d) $-8x^3 : (2x^2) =$

e) $\frac{-3x^7}{-9x^4} =$

f) $\frac{-3x^4 + 6x^3 - 12x^2}{3x^2} =$

g) $(8x^8 - 6x^4 - 4x^3) : (-4x^3) =$

h) $\frac{-12x^9 + 2x^5 - x^4}{4x^4} =$

i) $(-18x^3yz^3) : (6xyz^3) =$

j) $[a^3b \cdot (-3a) + 5a^4b] : (-ab) =$ (Sol: $-2a^3$)

k) $\frac{-3xy^2 \cdot (-2x^3y)}{4x^2y} =$ (Sol: $3x^2y^2/2$)

l) $(18x^5 - 10x^4 + 6x^2) : (-2x) =$ (Sol: $-9x^4 + 5x^3 - 3x$)

m) $(12x^4 - 24x^3 + x^2) : (3x^2) =$ (Sol: $4x^2 - 8x + 1/3$)

n) $\frac{25a - 15}{5} =$ (Sol: $5a - 3$)

o) $\frac{12a^2 - 18a + 69}{6} =$ (Sol: $2a^2 - 3a + 23/2$)

p) $(10a^4 - 20a^3 - 4a^2) : (2a) =$ (Sol: $5a^3 - 10a^2 - 2a$)

q) $16a^4 : (4a^2) : (2a) =$ (Sol: $2a$)

2. Extraer el máximo factor común posible (y **comprobar a continuación mentalmente**, aplicando la propiedad distributiva):

a) $4x^2 - 6x + 2x^3 =$ (Soluc: $2x(x^2 + 2x - 3)$)

b) $3x^3 + 6x^2 - 12x =$ (Soluc: $3x(x^2 + 2x - 4)$)

c) $12x^4y^2 + 6x^2y^4 - 15x^3y =$ (Soluc: $3x^2y(4x^2y + 2y^3 - 5x)$)

d) $-12x^3 - 8x^4 + 4x^2 + 4x^6 =$ (Soluc: $4x^2(x^4 - 2x^2 - 3x + 1)$)

e) $8x^2 - 8x^3 =$ (Soluc: $8x^2(1 - x)$)

f) $-3xy - 2xy^2 - 10x^2yz =$ (Soluc: $-xy(3 + 2y + 10xz)$)

g) $-3x + 6x^2 + 12x^3 =$ (Soluc: $3x(4x^2 + 2x - 1)$)

h) $2ab^2 - 4a^3b + 8a^4b^3 =$ (Soluc: $2ab(b - 2a^2 + 4a^3b^2)$)

i) $2x^5 - 4x^4 - 6x^3 + 2x^2 =$

j) $x^5 - x^2 =$ (Soluc: $x^2(x^3 - 1)$)

k) $6x^3y^2 - 3x^2yz + 9xy^3z^2 =$ (Soluc: $3xy(2x^2y - xz + 3y^2z^2)$)

l) $15x^2y^2 - 5x^2y + 25x^2y^3 =$

m) $3x^2 + 5y^2 =$ (Soluc: $3x^2 + 5y^2$)

n) $4a^2b + 2a - 2ab^2 =$ (Soluc: $2a(2ab + 1 - b^2)$)

o) $12x - 4y =$ (Soluc: $4(3x - y)$)

p) $3x + 6x - 9x =$

q) $4x - 12y =$

r) $10a - 10b + 10c =$

s) $3ab + 5ab =$

t) $10xy - 5xy + 15xy =$

u) $14x^4 - 35x^3 - 7x^2 + 42 =$

v) $25m^2n + 20m^3n^2 - 30m^4 =$

w) $x^2y - xy^3 + xy =$

Repaso:

3. Dados los siguientes polinomios: $P(x) = 9x^5 - 21x^4 + 27x^3 + 4x + 37$

$$Q(x) = 9x^2 - 3x + 12$$

Hallar:

a) $Q(x) \cdot Q(x) =$

(Sol: $81x^4 - 54x^3 + 225x^2 - 72x + 144$)

b) $P(x) - 3x \cdot Q(x) =$

(Sol: $9x^5 - 21x^4 + 9x^2 - 32x + 37$)

c) $Q(x) : 3$

d) Extraer el máximo factor común de $Q(x)$:

4. Una cuestión de jerarquía: ¿Es lo mismo $(6x^4) : (2x^2)$ y $6x^4 : 2x^2$? Razonar la respuesta. (Soluc: No es lo mismo)

5. Extraer el máximo factor común posible (y **comprobar a continuación mentalmente**, aplicando la propiedad distributiva):

a) $-5x^4 + 2x^3 =$ (Soluc: $x^3(-5x+2)$)

b) $3x^2 + 6x^2 - 9x^3 =$ (Soluc: $9x^2(1-x)$)

c) $3x^2 - 3x + 3 =$ (Soluc: $3(x^2-x+1)$)

d) $x^6 - x^3 =$ (Soluc: $x^3(x^3-1)$)

e) $7x^2 - 4y^2 =$ (Soluc: $7x^2 - 4y^2$)

f) $3x^2 + 2 =$ (Soluc: $3x^2 + 2$)

g) $12x - 4y =$ (Soluc: $4(3x-y)$)

h) $5x^2 - 10 =$ (Soluc: $5(x^2-2)$)

i) $5a^3b^3 + 10a^2b^2 =$ (Soluc: $5a^2b^2(ab+2)$)

j) $a^4b^2 - a^2b^2 =$ (Soluc: $a^2b^2(a^2-1)$)

k) $4x^5 + 3x^4 - 5x^2 =$

l) $-6y^4 + 8y^3 + 4y =$

m) $10x^2y - 15xy + 20xy^2 =$

n) $3z^4 + 9z^2 - 6z^3 =$

6. Efectuar los siguientes **cocientes** en los que intervienen **monomios**, simplificar, y comprobar el resultado:

a) $\frac{4x^3}{2x^2} =$

b) $(x^3 + 3x^3) : x^2 =$

c) $(7x^3 - 4x^2 + 5x) : x =$

d) $(9x^3y^3 + 3x^2y + 15xy^2) : (3xy) =$

e) $\frac{12xy - x^2y}{xy}$

FICHA 9: IDENTIDADES NOTABLES (I)

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

1. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la igualdad notable correspondiente, y simplificar. Obsérvense los primeros ejemplos:

1) $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

2) $(x - 6)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = x^2 - 12x + 36$

3) $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

4) $(x + 2)^2 =$ (Soluc: $x^2 + 4x + 4$)

5) $(x - 3)^2 =$ (Soluc: $x^2 - 6x + 9$)

6) $(x + 4)(x - 4) =$ (Soluc: $x^2 - 16$)

7) $(x + 3)^2 =$ (Soluc: $x^2 + 6x + 9$)

8) $(x - 4)^2 =$ (Soluc: $x^2 - 8x + 16$)

9) $(x + 5)(x - 5) =$ (Soluc: $x^2 - 25$)

10) $(a + 4)^2 =$ (Soluc: $a^2 + 8a + 16$)

11) $(a - 2)^2 =$ (Soluc: $a^2 - 4a + 4$)

12) $(a + 3)(a - 3) =$ (Soluc: $a^2 - 9$)

13) $(2x + 3)^2 =$ (Soluc: $4x^2 + 12x + 9$)

14) $(3x - 2)^2 =$ (Soluc: $9x^2 - 12x + 4$)

15) $(2x + 1)(2x - 1) =$ (Soluc: $4x^2 - 1$)

16) $(3x + 2)^2 =$ (Soluc: $9x^2 + 12x + 4$)

17) $(2x - 5)^2 =$ (Soluc: $4x^2 - 20x + 25$)

18) $(5 - 2x)^2 =$ (Soluc: ídem)

19) $(3x + 2)(3x - 2) =$ (Soluc: $9x^2 - 4$)

20) $(4b + 2)^2 =$ (Soluc: $16b^2 + 16b + 4$)

21) $(5b - 3)^2 =$ (Soluc: $25b^2 - 30b + 9$)

22) $(b + 1)(b - 1) =$ (Soluc: $b^2 - 1$)

23) $(4a + 5)^2 =$ (Soluc: $16a^2 + 40a + 25$)

24) $(5a - 2)^2 =$ (Soluc: $25a^2 - 20a + 4$)

25) $(5a + 2)(5a - 2) =$ (Soluc: $25a^2 - 4$)

26) $(4y + 1)^2 =$ (Soluc: $16y^2 + 8y + 1$)

27) $(2y - 3)^2 =$ (Soluc: $4y^2 - 12y + 9$)

28) $(2y + 3)(2y - 3) =$ (Soluc: $4y^2 - 9$)

29) $(3x + 4)^2 =$ (Soluc: $9x^2 + 24x + 16$)

30) $(3x - 1)^2 =$ (Soluc: $9x^2 - 6x + 1$)

31) $(3x + 4)(3x - 4) =$ (Soluc: $9x^2 - 16$)

32) $(5b + 1)^2 =$ (Soluc: $25b^2 + 10b + 1$)

33) $(2x - 4)^2 =$ (Soluc: $4x^2 - 16x + 16$)

34) $(4x + 3)(4x - 3) =$ (Soluc: $16x^2 - 9$)

35) $(x^2 + 2)^2 =$ (Soluc: $x^4 + 4x^2 + 4$)

36) $(a^2 - 3)^2 =$ (Soluc: $a^4 - 6a^2 + 9$)

37) $(2x^2 + 1)(2x^2 - 1) =$ (Soluc: $4x^4 - 1$)

38) $(2x^2 + 1)^2 =$ (Soluc: $4x^4 + 4x^2 + 1$)

39) $(3x^2 - 2)^2 =$ (Soluc: $9x^4 - 12x^2 + 4$)

40) $(a^2 + 3a)(a^2 - 3a) =$ (Soluc: $a^4 - 9a^2$)

41) $(2x^2 - 3)^2 =$ (Soluc: $4x^4 - 12x^2 + 9$)

42) $(2x^2 + 1)(2x^2 - 1) =$ (Soluc: $4x^4 - 1$)

2. Completar los términos que faltan:

a) $(2x + 4)^2 = \square + 16x + \square$

b) $(3x^2 - 2)^2 = 9\square + \square - 12x^2$

c) $(\square + 5)^2 = x^4 + 10\square + \square$

d) $(3 - \square)^2 = \square + 16x^2 - 24x$

3. a) Un alumno de 2º de ESO, indica lo siguiente en un examen:

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4$$

Razonar que se trata de un grave error. ¿Cuál sería la expresión correcta?

b) Ídem con $10 \cdot (x + 1)^2 = (10x + 10)^2$

4. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la identidad notable correspondiente, y simplificar:

a) $(x - 2)^2 + (x + 3)^2 =$

(Soluc: $2x^2 + 2x + 13$)

b) $(x + 4)^2 - (x - 1)^2 =$

(Soluc: $10x + 15$)

c) $(x + 5)(x - 5) - (x + 5)^2 =$

(Soluc: $-10x - 50$)

d) $(3x - 2)^2 + (3x + 2)(3x - 2) =$

(Soluc: $18x^2 - 12x$)

FICHA 10: Repaso de IDENTIDADES NOTABLES (II)

1. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando el producto notable correspondiente, y simplificar:

1) $(4x + 5)^2 =$ (Soluc: $16x^2 + 40x + 25$)

2) $(x^2 + 7x)^2 =$ (Soluc: $x^4 + 14x^3 + 49x^2$)

3) $(x^3 + 3x^2)^2 =$ (Soluc: $x^6 + 6x^5 + 9x^4$)

4) $\left(\frac{5x}{6} + \frac{2}{7}\right)^2 =$ (Soluc: $\frac{25}{36}x^2 + \frac{10}{21}x + \frac{4}{49}$)

5) $(3a - 5b)^2 =$ (Soluc: $9a^2 - 30ab + 25b^2$)

6) $(8 - 3x)^2 =$ (Soluc: $64 - 48x + 9x^2$)

7) $(x^2 - x^3)^2 =$ (Soluc: $x^4 - 2x^5 + x^6$)

8) $(x^3 - x^2)^2 =$ (Soluc: ídem)

9) $\left(\frac{x}{4} - \frac{2x}{3}\right)^2 =$ (Soluc: $\frac{25}{144}x^2$)

10) $(x + 4)(x - 4) =$ (Soluc: $x^2 - 16$)

11) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) =$ (Soluc: $x^4 - 1$)

12) $(3 - 2x)(3 + 2x) =$ (Soluc: $9 - 4x^2$)

13) $\left(\frac{x}{3} + 5\right)\left(\frac{x}{3} - 5\right) =$ (Soluc: $\frac{x^2}{9} - 25$)

14) $\left(\frac{1}{2} - \frac{x^2}{3}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{x^2}{3}\right) =$ (Soluc: $\frac{1}{4} - \frac{x^4}{9}$)

15) $(x - 5)^2 =$ (Soluc: $x^2 - 10x + 25$)

16) $(2x + 3y)^2 =$ (Soluc: $4x^2 + 12xy + 9y^2$)

17) $(4 + a)^2 =$ (Soluc: $16 + 8a + a^2$)

18) $(3a - 6b)^2 =$ (Soluc: $9a^2 - 36ab + 6b^2$)

$$19) (x^2 + y^2)^2 = \quad (\text{Soluc: } x^4 + 2x^2y^2 + y^4)$$

$$20) (3x^2 - 5y^3)^2 = \quad (\text{Soluc: } 9x^4 - 30x^2y^3 + 25y^6)$$

$$21) (x^2 - y^2)^2 = \quad (\text{Soluc: } x^4 - 2x^2y^2 + y^4)$$

$$22) (1 + a^4)^2 = \quad (\text{Soluc: } 1 + 2a^4 + a^8)$$

$$23) (x+1)(x-1) = \quad (\text{Soluc: } x^2 - 1)$$

$$24) (5+ab)(5-ab) = \quad (\text{Soluc: } 25 - a^2b^2)$$

$$25) (3a-2b)(3a+2b) = \quad (\text{Soluc: } 9a^2 - 4b^2)$$

$$26) (2+7x^2y)(2-7x^2y) = \quad (\text{Soluc: } 4 - 49x^4y^2)$$

2. ¿Cómo podríamos desarrollar la siguiente expresión?: $(x+2)^3 =$

3. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la identidad notable correspondiente, y simplificar:

$$a) (2x+3)^2 - (2x-3)^2 + (2x+3)(2x-3) =$$

$$(\text{Soluc: } 4x^2 + 24x - 9)$$

$$b) (2x-5)^2 - (2x^2+5x-1)(2x^2-3) =$$

$$(\text{Soluc: } -4x^4 - 10x^3 + 12x^2 - 5x + 22)$$

4. Expresar los siguientes polinomios como una identidad notable. Véase el primer ejemplo:

$$1) x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$

$$2) 4x^2 - 12x + 9 =$$

$$3) \frac{1}{4}x^2 - x + 1 =$$

$$4) x^4 + 2x^2 + 1 =$$

$$5) 9x^4 + 6x^3 + x^2 =$$

$$6) 9x^4 + 6x^2y + y^2 =$$

$$7) 16 - x^2 =$$

$$8) 100 - 64x^2 =$$

$$9) 49x^4 - 36x^2 =$$

$$10) 1 - x^2 =$$

$$11) 9x^6 - x^8 =$$

$$12) 16x^2 - 25 =$$

$$13) x^4 - 4 =$$